Table des matières

1 Exemples du cours

2 Exercices du manuel

41 page 396

1. On peut écrire $X = X_1 + X_2$ où X_1 correspond au prix initialement payé selon l'âge et X_2 au prix payé pour un supplément.
2. X_1 prend les valeurs 15, 10 et 30. X_2 prend les valeurs 0, 5, 15 et 17.
   X prend donc les valeurs 10, 15, 20, 25, 27, 30, 32, 35, 45 et 47.

42 page 396

1. X_1 correspond au gain obtenu grâce au premier lancer donc $X_1((3;4)) = 3 \times 3 = 9$.
   X_2 correspond au gain obtenu grâce au second lancer donc $X_2((1;6)) = 3 \times 6 = 18$.
   Enfin $X_1((4;2)) = 3 \times 4 = 12$.
2. **(a)** X correspond au gain total obtenu à l'issue des deux lancers.
   (b) $X((3;5)) = 3 \times 3 + 3 \times 5 = 24$.

43 page 396

1. On a $X_2((V;R;N)) = -10$, $X_1((N;V;V)) = 5$ et $X_3((R;N;R)) = -10$.
2. **(a)** On a $X = \dfrac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$.
   (b) On a donc $X((N;V;V)) = \dfrac{X_1((N;V;V)) + X_2((N;V;V)) + X_3((N;V;V))}{3} = \dfrac{5+2+2}{3} = 3$.

47 page 397

On doit avoir $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$ et $E(2X - 3Y) = 2E(X) - 3E(Y)$.
On obtient les résultats ci-dessous.

$E(X)$	$E(Y)$	$E(X+Y)$	$E(2X-3Y)$
0,35	0,2	0,55	0,1
0,12	-0,47	-0,35	1,65
-0,22	0,45	0,23	-1,79

48 page 397

On sait que $E(Z) = E(X + 3Y)$ et donc, d'après la linéarité de l'espérance, que $E(Z) = E(X) + 3E(Y)$.
Or $E(X) = -5 \times 0,4 + 2 \times 0,05 + 4 \times 0,25 + 12 \times 0,3 = 2,7$ et $E(Y) = 4,1$ donc $E(Z) = 2,7 + 3 \times 4,1 = 15$.
Or $E(Z) = 12 \times 0,75 + 0,25 \times a = 9 + 0,25a$. Ainsi, on a $9 + 0,25a = 15$ d'où $a = \dfrac{6}{0,25} = 24$.
En conclusion, l'ensemble des valeurs prises par Z est $\{12; 24\}$.

49 page 397

1. Commençons par déterminer la loi de probabilité de X_1. X_1 correspond au prix de la place en euros. X_1 peut donc prendre trois valeurs : 12 ; 7 et 5. On choisit un client en hasard. La répartition des ventes de places permet de déterminer la loi de probabilité suivante.

x_i	5	7	12
$P(X_1 = x_i)$	$0,22$	$0,3$	$0,48$

Déterminons maintenant la loi de X_2. X_2 correspond au prix de l'éventuel supplément en euros. X_2 peut donc prendre quatre valeurs : 0 ; 4 ; 5 et 7. On choisit un client en hasard. La répartition des ventes de confiseries permet de déterminer la loi de probabilité suivante.

x_i	0	4	5	7
$P(X_2 = x_i)$	$0,5$	$0,12$	$0,23$	$0,15$

2. **(a)** X correspond au prix total payé par un client, c'est-à-dire à la somme du prix de la place et du prix de l'éventuelle confiserie donc $X = X_1 + X_2$.

(b) On a alors $E(X) = E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2)$.
Or $E(X_1) = 5 \times 0,22 + 7 \times 0,3 + 12 \times 0,48 = 8,96$ et $E(X_2) = 2,68$ donc $E(X) = 8,96 + 2,68 = 11,64$.
Sur l'ensemble des clients du cinéma, le prix moyen payé s'élève à 11,64 €.

53 page 398

1. Pour tout $k \in \{1; 2; 3\}$, X_k vaut 1 si l'automobiliste s'est arrêté au feu k et 0 sinon. Ainsi, X_k est une variable de comptage selon que l'automobiliste choisi se soit arrêté ou non au ke feu. Par définition, $X = X_1 + X_2 + X_3$ donc X compte bien le nombre de feux auxquels s'est arrêté l'automobiliste.

2. On commence par déterminer la loi de probabilité de chacune des variables aléatoires.

x_i	0	1
$P(X_1 = x_i)$	$0,2$	$0,8$

x_i	0	1
$P(X_2 = x_i)$	$0,7$	$0,3$

x_i	0	1
$P(X_3 = x_i)$	$0,35$	$0,65$

On a $E(X) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) = 0,8 + 0,3 + 0,65 = 1,75$.
En moyenne, un automobiliste s'arrête donc à $1,75$ feux.

55 page 398

1. On peut écrire $Z = X + Y$ où X est la variable aléatoire correspondant au prix du CD et Y la variable aléatoire correspondant au prix du vinyle.

2. On commence par déterminer la loi de probabilité de chacune des variables aléatoires.

x_i	5	10	15	20
$P(X = x_i)$	$0,07$	$0,12$	$0,64$	$0,17$

y_i	10	20	30
$P(Y = y_i)$	$0,33$	$0,45$	$0,22$

On a :

$$E(X) = 5 \times 0,07 + 10 \times 0,12 + 15 \times 0,64 + 20 \times 0,17 = 14,55$$
$$E(Y) = 10 \times 0,33 + 20 \times 0,45 + 30 \times 0,22 = 18,9$$

Ainsi, $E(Z) = E(X) + E(Y) = 14,55 + 18,9 = 33,45$.
Sur un grand nombre de clients, la dépense moyenne est 33,45 €.

3. Le choix du CD n'a aucune influence sur le choix du vinyle, les variables aléatoires X et Y sont donc indépendantes.
On a donc $V(Z) = V(X) + V(Y)$.
Or

$$V(X) = 0,07(5 - 14,55)^2 + \ldots + 0,17 \times (20 - 14,55)^2 = 14,0475$$
$$V(Y) = 0,33 \times (10 - 18,9)^2 + \ldots + 0,22(30 - 18,9)^2 = 53,79$$

donc $V(Z) = 14,0475 + 53,76 = 67,8375$ d'où $\sigma(Z) = \sqrt{67,8375} \approx 8,236$.

3 Autres exercices