Table des matières

1 Exemples du cours

2 Exercices du manuel

39 page 299

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 1$. f est une fonction polynôme, elle admet donc des primitives sur $\mathbb{R}$.
Les solutions de $y' = x - 1$ sur $\mathbb{R}$ sont les fonctions

$$F_k(x) = \frac{x^2}{2} - x + k \text{ , où } k \in \mathbb{R}$$

De plus,

$$F_k(1) = -1 \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{1}{2} - 1 + k = -1 \quad \Longleftrightarrow \quad k = -\frac{1}{2}$$

Ainsi, la solution de $y' = x - 1$ vérifiant la condition initiale est la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

$$F(x) = \frac{x^2}{2} - x - \frac{1}{2}$$

40 page 299

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - x + 1$. f est une fonction polynôme, elle admet donc des primitives sur $\mathbb{R}$.
Les solutions de $y' = x^2 - x + 1$ sur $\mathbb{R}$ sont les fonctions

$$F_k(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + k \text{ , où } k \in \mathbb{R}$$

De plus,

$$F_k(0) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad k = 0$$

Ainsi, la solution de $y' = x^2 - x + 1$ vérifiant la condition initiale est la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

$$\boxed{F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x}$$

41 page 299

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + x + \frac{1}{x^2}$. f est une fonction rationnelle, elle admet donc des primitives sur son ensemble de définition $\mathbb{R}^*$.
Les solutions de $y' = x^3 + x + \frac{1}{x^2}$ sur $]0; +\infty[$ sont les fonctions

$$F_k(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + k \text{ , où } k \in \mathbb{R}$$

De plus,

$$F_k(1) = \frac{3}{4} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 1 + k = \frac{3}{4} \quad \Longleftrightarrow \quad k = 1$$

Ainsi, la solution de $y' = x^3 + x + \frac{1}{x^2}$ vérifiant la condition initiale est la fonction définie pour tout $x > 0$ par

$$\boxed{F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + 1}$$

42 page 299

L'équation différentielle peut se réécrire

$$y' = \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^3} + \frac{2}{x^5}$$

Ainsi, les solutions de cette équation sont les fonctions, définies pour tout $x \neq 0$, par

$$F_k(x) = -\frac{2}{x} + \frac{3}{2x^2} - \frac{1}{2x^4} + k \text{ , où } k \in \mathbb{R}$$

De plus,

$$F_k(-1) = 1 \quad \Longleftrightarrow \quad 2 + \frac{3}{2} - \frac{1}{2} + k = 1 \quad \Longleftrightarrow \quad k = -2$$

Ainsi, la solution de $y' = \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^3} + \frac{2}{x^5}$ vérifiant la condition initiale est la fonction définie pour tout $x \neq 0$ par

$$\boxed{F(x) = -\frac{2}{x} + \frac{3}{2x^2} - \frac{1}{2x^4} - 2}$$

3 Autres exercices