

# DEVOIR SURVEILLE N°6 (1H)

## Exercice 1 (5 points)

1. En utilisant l'algorithme d'Euclide, montrer que 39 et 16 sont premiers entre eux.
2. En remontant l'algorithme d'Euclide, déterminer deux entiers  $u$  et  $v$  tels que  $39u - 16v = 1$ .
3. Résoudre l'équation diophantienne  $39x - 16y = 1$  d'inconnue  $(x; y) \in \mathbb{Z}^2$ .

## Exercice 2 (3,5 points)

Déterminer l'ensemble des couples  $(a; b) \in \mathbb{N}^2$  tels que

$$\begin{cases} a + b = 72 \\ PGCD(a; b) = 9 \end{cases}$$

## Exercice 3 (3,5 points)

Déterminer un entier  $a$  tel que  $134a \equiv 1[57]$ .

(Un raisonnement détaillé est attendu et pas uniquement un résultat parachuté !)

## Exercice 4 (3 points)

Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . On pose  $a_n = n(n^2 + 1)$ ,  $b_n = 2n^3 + 2n + 1$  et  $c_n = n^3$ .

1. Montrer que  $a_n$  et  $b_n$  sont premiers entre eux.
2. Déterminer le  $PGCD$  de  $a_n$  et  $c_n$ .

## Exercice 5 (5 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant votre réponse.

1. Pour tous entiers relatifs distincts  $a$ ,  $b$  et  $c$ , si  $a$  divise  $c$  et  $b$  divise  $c$ , alors  $ab$  divise  $c$ .
2. Pour tous entiers naturels  $a$ ,  $b$  et  $c$ , si  $c$  divise  $a$  et  $b$  et si  $a$  et  $b$  sont premiers entre eux, alors  $c = 1$ .
3. La suite  $(u_n)$  définie, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , par  $u_n = \frac{1}{n}PGCD(n, 10)$  est convergente.

# DEVOIR SURVEILLE N°6 (1H)

## Exercice 1 (5 points)

1. En utilisant l'algorithme d'Euclide, montrer que 39 et 16 sont premiers entre eux.
2. En remontant l'algorithme d'Euclide, déterminer deux entiers  $u$  et  $v$  tels que  $39u - 16v = 1$ .
3. Résoudre l'équation diophantienne  $39x - 16y = 1$  d'inconnue  $(x; y) \in \mathbb{Z}^2$ .

## Exercice 2 (3,5 points)

Déterminer l'ensemble des couples  $(a; b) \in \mathbb{N}^2$  tels que

$$\begin{cases} a + b = 72 \\ PGCD(a; b) = 9 \end{cases}$$

## Exercice 3 (3,5 points)

Déterminer un entier  $a$  tel que  $134a \equiv 1[57]$ .

(Un raisonnement détaillé est attendu et pas uniquement un résultat parachuté !)

## Exercice 4 (3 points)

Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . On pose  $a_n = n(n^2 + 1)$ ,  $b_n = 2n^3 + 2n + 1$  et  $c_n = n^3$ .

1. Montrer que  $a_n$  et  $b_n$  sont premiers entre eux.
2. Déterminer le  $PGCD$  de  $a_n$  et  $c_n$ .

## Exercice 5 (5 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant votre réponse.

1. Pour tous entiers relatifs distincts  $a$ ,  $b$  et  $c$ , si  $a$  divise  $c$  et  $b$  divise  $c$ , alors  $ab$  divise  $c$ .
2. Pour tous entiers naturels  $a$ ,  $b$  et  $c$ , si  $c$  divise  $a$  et  $b$  et si  $a$  et  $b$  sont premiers entre eux, alors  $c = 1$ .
3. La suite  $(u_n)$  définie, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , par  $u_n = \frac{1}{n}PGCD(n, 10)$  est convergente.