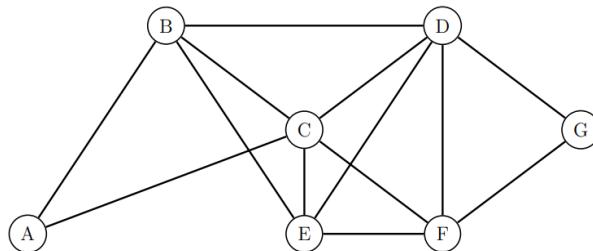


DEVOIR SURVEILLE N°4 (1H15)

Exercice 1 (9 points)

Dans le graphe ci-dessous, les sommets représentent différentes zones de résidence ou d'activités d'une municipalité. Une arête reliant deux de ces sommets indique l'existence d'une voie de circulation à double sens entre deux lieux correspondants.



1. Déterminer les degrés des sommets du graphe Γ .

On présentera les résultats sous la forme d'un tableau.

2. (a) Le graphe Γ est-il complet ? Est-il connexe ? Justifier.

- (b) Donner la matrice d'adjacence M de ce graphe.

Les sommets seront pris dans l'ordre alphabétique.

- (c) Déterminer, en détaillant votre démarche, le nombre de chemins de longueur 3 reliant A et F puis les lister.

- (d) Combien y a-t-il de chemins de longueur 3 partant de A et qui ne sont pas des cycles ? Justifier.

- (e) Combien y a-t-il de cycles de longueur 3 partant de A ? Justifier.

3. La municipalité souhaite construire un centre de traitement des déchets de telle façon que les camions de collecte partent du centre et reviennent au centre après avoir emprunté chaque voie de circulation une fois et une seule afin de relever les poubelles publiques.

- (a) Expliquer pourquoi une telle implantation n'est pas possible dans l'un des lieux identifiés par le graphe.

- (b) Proposer un lieu d'implantation ainsi que de nouvelles voies de circulation qui rendraient le projet possible.

On reproduira le graphe ci-dessus en ajoutant le sommet H correspondant au lieu d'implantation ainsi que les arêtes correspondant aux nouvelles voies de circulation.

- (c) Donner un trajet dans le nouveau graphe qui réponde à la volonté de la municipalité.

Exercice 2 (3 points)

Un triacontakaiheptagone est un polygone à 37 côtés.

Un triacontakaiheptagone et toutes ses diagonales forment un graphe.

Quel est le nombre d'arêtes de ce graphe ?

Exercice 3 (6 points)

Un jardinier doit décorer un jardin privatif en répartissant 10 variétés de fleurs notées V_1 à V_{10} dans différents parterres. Certaines de ces variétés ne peuvent pas être plantées ensemble pour des raisons diverses (tailles, couleurs, conditions climatiques, ...) et ces incompatibilités sont résumées dans le tableau ci-dessous (une croix indique qu'il y a incompatibilité entre deux variétés).

Fleur	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_{10}
V_1			✗			✗				✗
V_2			✗	✗	✗			✗		
V_3	✗	✗		✗		✗				
V_4		✗	✗		✗			✗	✗	
V_5		✗		✗			✗	✗		
V_6	✗		✗					✗		
V_7					✗	✗				
V_8			✗	✗	✗					
V_9				✗						✗
V_{10}	✗								✗	

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe G .

- (a) Trouver un sous-graphe complet d'ordre 4 et le dessiner.

- (b) Que peut-on en déduire pour la coloration du graphe G ?
Quel est le nombre minimum de parterres que le jardinier doit décorer ?

- (a) Classer les sommets de G par ordre de degré décroissant.

- (b) En déduire un encadrement de C , nombre chromatique du graphe G .

- (a) Procéder à la coloration du graphe G en appliquant l'algorithme de Welsh-Powell.

- (b) Que peut-on en déduire pour le nombre C ?

- (c) Proposer un ensemble de parterres avec une répartition adaptée des variétés de fleurs.

Exercice 4 (2 points)

M. et Mme Euler assistent à une réunion. Il y a trois autres couples dans l'assistance et plusieurs poignées de mains sont échangées.

Personne ne se serre la main à lui-même et les époux ne se serrent pas la main.

Deux personnes quelconques de l'assemblée se serrent la main au plus une fois.

M. Euler constate que les 7 autres personnes ont échangé des poignées de mains en nombres tous distincts. Combien de poignées de mains M. et Mme Euler ont-ils échangées avec les autres membres de la réunion ?

Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte dans la notation.