

DEVOIR SURVEILLE N°2 (1H15)

Dans tout le devoir, un soin particulier doit être apporté à la rédaction et aux justifications.

Exercice 1 (5 points)

1. Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que $7n - 5$ divise 23.
2. Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que 23 divise $n + 2$.
3. Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que $n + 2$ divise $7n - 5$.

Exercice 2 (4 points)

Déterminer tous les couples d'entiers naturels tels que $4a^2 - b^2 = 15$.

Exercice 3 (4 points)

On considère l'équation (E) : $x^2 - 3y^2 = 2023$ d'inconnue $(x; y) \in \mathbb{N}^2$.

1. Déterminer le reste de 2023 modulo 8.
2. (a) Soit $n \in \mathbb{N}$. À l'aide d'un tableau de congruences, déterminer les restes possibles pour n^2 modulo 8.
(b) Soient x et y deux entiers naturels. Recopier et compléter le tableau à double entrée ci-dessous afin de déterminer les restes possibles pour $x^2 - 3y^2$ modulo 8.

x^2			
y^2			

3. Déduire des questions précédentes l'ensemble des solutions de l'équation (E) .

Exercice 4 (4 points)

Déterminer le reste de la division euclidienne de 2023^{2023} par 5.

Exercice 5 (3 points)

La somme de deux entiers naturels a et b non nuls est égale à 434.

Dans la division euclidienne de a par b , le quotient est égal à 4 et le reste r est un chiffre pair.

Déterminer, en justifiant votre démarche, les valeurs de a , b et r .

Exercice 6 (2 points)

Le 25 novembre 2023 est un samedi et on souhaite une bonne fête à toutes les Catherine !

Quel jour de la semaine sera le 25 novembre 2036 ?