


L'objectif de ce TP est de résoudre un même problème par deux méthodes :

- **Méthode 1** : À l'aide d'un tableur
- **Méthode 2** : Par calcul littéral

Une entreprise fabrique un modèle de meuble en bois. Elle peut produire au maximum 100 meubles par jour. Pour x meubles fabriqués et vendus, le coût de production journalier (exprimé en euros), noté $C(x)$ est donné par

$$C(x) = 3x^2 - 32x + 2739$$

Chaque meuble est vendu 250 euros.


 **Méthode 1 - À l'aide d'un tableur**

La directrice de cette entreprise a réalisé la feuille de calcul suivante.

	A	B	C	D
1	x	Recette	Coût	Bénéfice
2	0			
3	1			
4	2			
5	3			
6		=250*A2		=B2-C2
7				
8				
9			=3*A2^2-32*A2+2739	
10				

1. Recopier le tableur ci-dessus et le compléter pour qu'il modélise la recette, les coûts et le bénéfice lorsque l'entreprise vend entre 0 et 100 meubles.
2. Donner le nombre de meubles à fabriquer et vendre pour réaliser un bénéfice.
*On cherche dans la dernière colonne les valeurs pour lesquelles le bénéfice est positif.
 On constate alors que l'entreprise réalise un bénéfice lorsqu'elle fabrique et vend entre 11 et 83 meubles.*
3. Donner le nombre de meubles à fabriquer et vendre pour réaliser un bénéfice maximal.
 Quel sera alors ce bénéfice ?
L'entreprise réalise un bénéfice maximal de 3888€ lorsqu'elle fabrique et vend 47 meubles.

Appeler le professeur pour faire vérifier votre tableur.


 **Méthode 2 - Par calcul littéral**

1. Donner la formule qui relie la recette R , les coûts de production C et le bénéfice B .
*On a la formule **Bénéfices = Recettes - Coûts**.*
2. Donner l'expression de la recette $R(x)$ en fonction de x .
Chaque meuble est vendu 250€ donc $R(x) = 250 \times x$.
3. En utilisant les questions 1. et 2., démontrer que le bénéfice est donné par la formule

$$B(x) = -3x^2 + 282x - 2739$$

Pour tout nombre réel $x \in [0; 100]$,

$$\begin{aligned}
 B(x) &= R(x) - C(x) \\
 B(x) &= 250x - (3x^2 - 32x + 2739) \\
 B(x) &= 250x - 3x^2 + 32x - 2739 \\
 B(x) &= -3x^2 + 282x - 2739
 \end{aligned}$$

 Il ne faut pas oublier les parenthèses !

4. Développer l'expression $-3(x - 83)(x - 11)$ et montrer que l'on retombe sur l'expression de $B(x)$.

$$\begin{aligned}
 -3(x - 83)(x - 11) &= -3(x \times x - 11 \times x - 83 \times x - 83 \times (-11)) \\
 &= -3(x^2 - 94x + 913) \\
 &= -3x^2 + 282x - 2739 \\
 &= B(x)
 \end{aligned}$$

5. Compléter le tableau de signes suivant afin de déterminer le signe de la fonction B .

x	0	11	83	100	
Signe de -3	-	-	-	-	
Signe de $x - 83$	-	-	0	+	
Signe de $x - 11$	-	0	+	+	
Signe de $B(x)$	-	0	+	0	-

$$m = 1 > 0$$

$$m = 1 > 0$$

6. En déduire le nombre de meubles à fabriquer et vendre pour réaliser un bénéfice.

Sur la dernière ligne, on constate que $B(x) \geq 0$ lorsque $x \in [11; 83]$.

Par conséquent, l'entreprise réalise un bénéfice lorsqu'elle fabrique et vend entre 11 et 83 meubles.

7. **Bonus :** Déterminer le nombre de meubles à fabriquer et vendre pour réaliser un bénéfice maximal ainsi que la valeur de ce bénéfice.

Nous ne l'avons pas encore vu, il fallait donc essayer de deviner la propriété utilisée.

La fonction B est une fonction polynôme du second degré de la forme $B(x) = ax^2 + bx + c$.

Cette fonction s'annule en $x = 11$ et en $x = 83$ et le maximum va se trouver au milieu de ces deux valeurs, c'est-à-dire en

$$x = \frac{11 + 83}{2} = 47$$

De plus, $B(47) = -3 \times 47^2 + 282 \times 47 - 2739 = 3888$.

En conclusion, l'entreprise réalise un bénéfice maximal de 3888€ lorsqu'elle fabrique et vend 47 meubles.

