

1. LES ENSEMBLES DE NOMBRES

Définition 1.

- Un nombre **entier naturel** est un nombre (positif) qui peut s'écrire sans virgule. L'ensemble des entiers naturels est noté $\mathbb{N}$.

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$$

- Un **entier relatif** se présente comme un entier naturel muni d'un signe positif ou négatif. L'entier 0 est donc le seul nombre à la fois positif et négatif. L'ensemble des entiers relatifs est noté $\mathbb{Z}$.

$$\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$

- Un **nombre décimal** est un nombre qui peut s'écrire sous forme de fraction décimale, c'est-à-dire une fraction dont le dénominateur est de la forme 10^n avec n entier naturel. L'ensemble des nombres décimaux est noté $\mathbb{D}$.

$$\mathbb{D} = \left\{ \frac{a}{10^n}, a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

- Un **nombre rationnel** est un nombre qui peut s'écrire sous forme de fraction, c'est-à-dire comme le quotient de deux entiers relatifs. L'ensemble des rationnels est noté $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

- Un **nombre réel** est un nombre qui peut être représenté par une partie entière et une liste finie ou infinie de décimales. L'ensemble des nombres réels est noté $\mathbb{R}$.

Exemple 1.

2. LES INTERVALLES

2. 1. NOTATION DES INTERVALLES

Un **intervalle de $\mathbb{R}$** est l'ensemble de tous les nombres réels compris entre deux réels a et b , où a est inférieur à b .
Un intervalle peut se représenter à l'aide d'un segment, d'une droite ou d'une demi-droite sur un axe.

Intervalle	Inéquation associée	Représentation

À ces intervalles se sont ajoutés les ensembles des réels inférieurs à une valeur, ou supérieurs à une valeur.

Intervalle	Inéquation associée	Représentation

Enfin, quelques intervalles particuliers :

-
-
-

2. 2. INTERSECTION ET RÉUNION

3. VOCABULAIRE DES FONCTIONS

3.1. DÉFINITIONS

Définition 2.

Une **fonction** est un procédé qui à un nombre x associe **un unique** nombre y .

- x s'appelle la **variable**.
- y s'appelle l'**image** de x par la fonction f et se note $f(x)$.
- x est un **antécédent** de y par la fonction f .
- f est la **fonction** et on note $f : x \mapsto y$ ou encore $y = f(x)$.

Exemple 2.

Définition 3.

Pour une fonction f donnée, l'ensemble de tous les nombres réels qui ont une image calculable par cette fonction est appelé **ensemble de définition** de la fonction f , que l'on notera $\mathcal{D}_f$.

Exemple 3.

3.2. TABLEAU DE VALEURS

Pour une fonction f donnée, on peut établir un tableau de valeurs.

Dans ce tableau, la première ligne contient des nombres réels x , et la seconde leurs images respectives y .

Exemple 4.

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = x + \frac{2}{x}$, on obtient le tableau suivant (grâce par exemple à la calculatrice) :

3.3. COURBE REPRÉSENTATIVE

Définition 4.

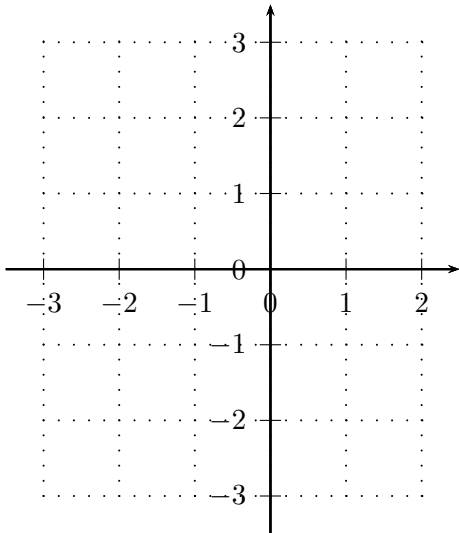
On munit le plan d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Dans un tel repère l'ensemble des points M de coordonnées $(x; f(x))$ forme la **courbe représentative de la fonction** f , souvent notée $\mathcal{C}_f$.

Exemple 5. On souhaite tracer la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{5x}{x^2 + 1}$.
On trace la portion de courbe représentative de f dont les abscisses sont comprises entre -3 et 2 .

→ On commence par compléter un tableau de valeurs :

→ Puis on place les points $M(x; f(x))$ dans le repère ci-dessous :

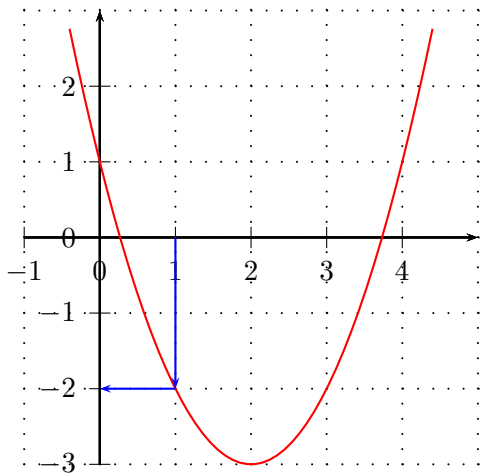


3. 4. DÉFINIR UNE FONCTION

Algébrique	Graphique	Numérique												
- par une formule ou une expression algébrique. <i>Exemple</i> : $f(x) = x^2 - 2x + 4$ - par un programme de calcul. <i>Exemple</i> : - choisir un nombre - le mettre au carré - lui retirer son double - et ajouter 4. - par un programme Python. <i>Exemple</i> :<pre>1 def f(x): 2 return x**2-2*x+4</pre>	- par un nuage de points : - par une courbe représentative : 	- par un tableau de valeurs : <table border="1"><tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>12</td><td>7</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td></tr></table> ligne des antécédents, des abscisses ligne des images, des ordonnées - à l'aide de la calculatrice : 	x	-2	-1	0	1	2	f(x)	12	7	4	3	4
x	-2	-1	0	1	2									
f(x)	12	7	4	3	4									

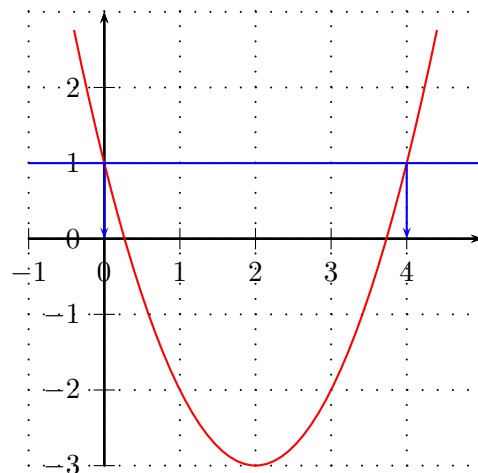
Méthode pour lire une image ou un antécédent à partir d'une courbe :

Lire l'image d'un nombre :



on place x sur l'axe des abscisses
on se déplace verticalement pour rencontrer $\mathcal{C}_f$
on lit $f(x)$ sur l'axe des ordonnées

Trouver l' (les) antécédent(s) d'un nombre



on trace une horizontale passant par cette valeur
à partir des points d'intersection, on se déplace
verticalement vers l'axe des abscisses pour lire les
antécédents

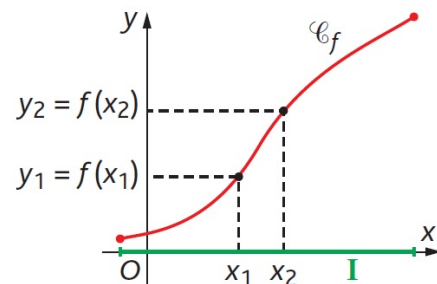
3. 5. ÉTUDE QUALITATIVE D'UNE FONCTION

Définition 5.

La fonction f est **croissante sur l'intervalle I** lorsque, pour tous réels x_1 et x_2 de I :

$$\text{Si } x_1 \leq x_2, \text{ alors } f(x_1) \leq f(x_2)$$

On dit que la fonction « f **conserve l'ordre** ».

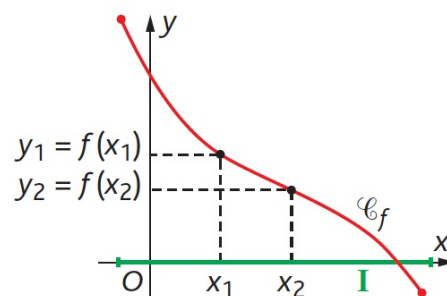


Définition 6.

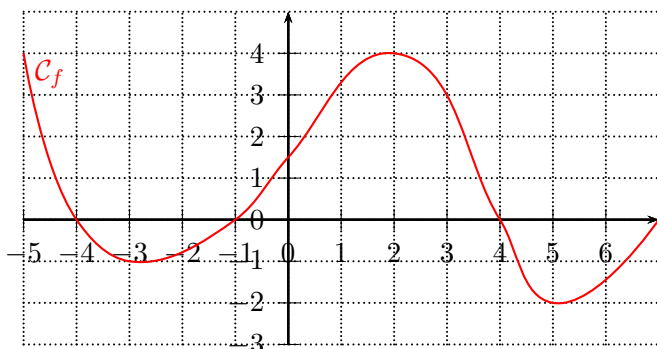
La fonction f est **décroissante sur l'intervalle I** lorsque, pour tous réels x_1 et x_2 de I :

$$\text{Si } x_1 \leq x_2, \text{ alors } f(x_1) \geq f(x_2)$$

On dit que la fonction « f **change l'ordre** ».



Donner les variations d'une fonction signifie préciser sur quels intervalles la fonction est croissante, puis sur quels intervalles la fonction est décroissante.



3. 6. TABLEAU DE VARIATIONS

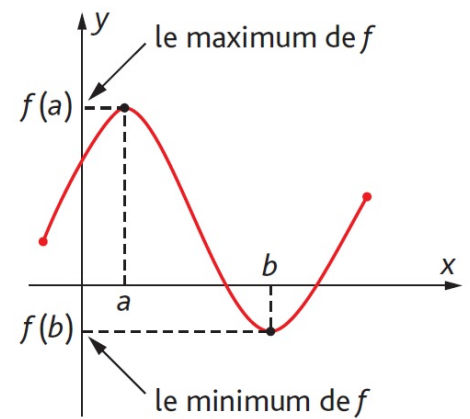
Le **tableau de variations** d'une fonction est un tableau synthétique regroupant les informations concernant les variations de la fonction.

Exemple 6.

3. 7. EXTREMUM

Définition 7.

- **Le maximum d'une fonction** f sur un intervalle I est la plus grande valeur possible des images, atteinte pour un réel a de I . Ainsi, pour tout réel x de I , on a : $f(x) \leq f(a)$
- **Le minimum d'une fonction** f sur un intervalle I est la plus petite valeur possible des images, atteinte pour un réel b de I . Ainsi, pour tout réel x de I , on a : $f(x) \geq f(b)$



Exemple 7.

3. 8. TABLEAU DE SIGNES

On réunit au sein d'un tableau appelé **tableau de signes** les informations concernant le signe de la fonction f , c'est à dire la position de sa courbe représentative par rapport à l'axe des abscisses.

Exemple 8.