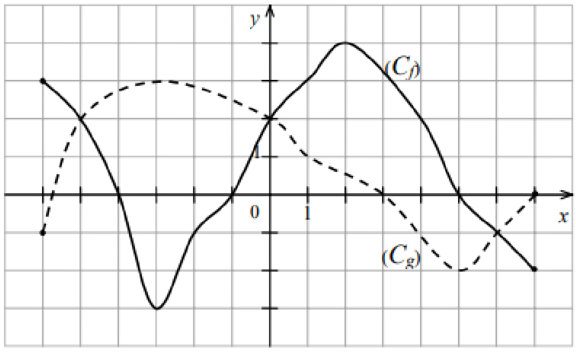
Exercices en vrac sur tout le programme

Exercice 1 – Généralités sur les fonctions

Compléter l'exercice sur le sujet.

Dans le repère ci-contre, on donne les représentations graphiques (C_f) et (C_g) des fonctions f et g définies sur $I = [-6\ ;\ 7]$.



1) a) L'image de 1 par f est : ....

b) Compléter : $f(-2) =$ ....

c) Déterminer le (ou les) antécédent(s) de 0 par f : ....

2) a) Le minimum de f sur I est .... , atteint en ....

b) Le maximum de f sur I est .... , atteint en ....

3) a) Donner le tableau de variations de f.

x	
$f(x)$	

b) Dresser le tableau de signes de f.

x	
$f(x)$	

4) Résoudre, graphiquement, et sans justifier, les équations et inéquations suivantes (donner l'ensemble S des solutions) :

a) $f(x) = g(x)$: ....

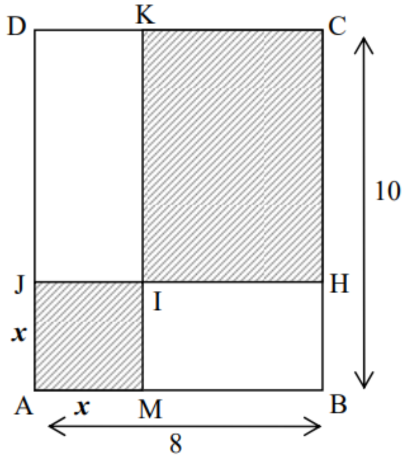
b) $f(x) \leq 2$: ....

Exercice 2 – Modélisation

Soit un rectangle ABCD tel que : AB = 8 et AD = 10.
M est un point variable sur le segment [AB].
On considère les points H, I, J, K tels que AMIJ est un carré et CKIH est un rectangle.

Le problème est de déterminer les positions éventuelles de M pour lesquelles la somme des aires des quadrilatères AMIJ et CKIH est égale à la moitié de l'aire du rectangle ABCD.

On note x la longueur AM.



1) Dans quel intervalle varie le nombre réel x ?

2) Montrer que la somme $S(x)$ des aires des quadrilatères AMIJ et CKIH a pour expression :

$$S(x) = x^2 + (8 - x)(10 - x).$$

3) Développer et réduire $S(x)$.

4) a) Traduire le problème par une équation.

b) Montrer que cette équation s'écrit aussi : $x^2 - 9x + 20 = 0$.

c) Développer et réduire le produit $(x - 4)(x - 5)$.

d) En déduire les solutions du problème posé.

Exercice 3 – Calcul

1. Développer et réduire l'expression littérale : $A = 3x(x+2) - (2x+1)$.
2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2x+1)(2x-4) + 3(x+1)$.
   Calculer $f(2)$.
3. On propose l'égalité suivante :
   $$(2x+3)(5x-4) - 5(3x-2) = 10x^2 - 8x - 2.$$
   Cette égalité est-elle vraie pour tout réel x ? Justifier votre réponse.
4. Développer les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables :

   (a) $(x+3)^2$; (b) $(2x-1)^2$; (c) $(3x-2)(3x+2)$.

5. Factoriser les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables :

   (a) $x^2 - 6x + 9$; (b) $25x^2 - 36$; (c) $9x^2 + 24x + 16$.

6. On considère le nombre $E = 4\sqrt{2} - \sqrt{98} + 3\sqrt{18}$.
   Écrire E sous la forme $a\sqrt{2}$ avec a entier relatif. Justifier les étapes de calcul.

Exercice 4 – Fonctions carré et cube

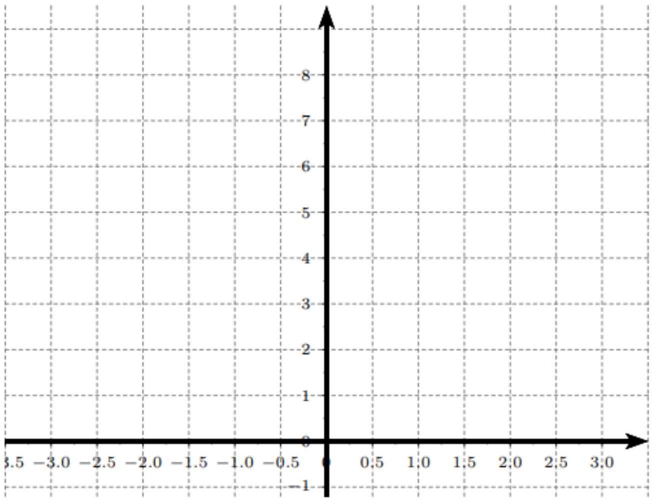
1. Calculer l'image de $-\frac{4}{3}$ par la fonction carré.
2. Calculer l'image de -2 par la fonction cube.
3. Comparer, sans les calculer, les nombres suivants en justifiant précisément votre réponse :

   (a) $(3{,}4)^3$ et $\left(\frac{2}{5}\right)^3$; (b) $(-0{,}115)^2$ et $\left(-\frac{3}{5}\right)^2$.

4. Compléter la phrase suivante : « Dans un repère orthogonal $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$, la courbe représentative de la fonction cube est symétrique par rapport à ....
   On dit alors que la fonction cube est .... ».
5. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-3	$-2,5$	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	$1,5$	2	$2,5$	3
x^2		6,25								2,25			

6. Tracer dans le repère orthogonal ci-dessous la courbe représentative de la fonction carré sur l'intervalle $[-3; 3]$.



7. Pour les équations/inéquations suivantes, vous pourrez réaliser un ou plusieurs graphique(s) pour justifier les ensembles de solutions obtenus :

   (a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 = 7$.

   (b) L'équation : $x^2 = -3$ admet-elle des solutions dans $\mathbb{R}$? Justifier votre réponse.

   (c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^3 = 64$.

   (d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $x^2 \leqslant 2$.

   (e) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $x^3 > 8$.

Exercice 5 – Pourcentages

1. Sur les 320 élèves de première générale d'un lycée, 144 ont pris l'option Mathématiques.
   Quelle est la proportion, en pourcentage, d'élèves de première générale ayant pris l'option Mathématiques ?
2. Un stade d'une capacité de 59 200 places est rempli à 79%.
   Combien de personnes sont présentes dans le stade ?
3. 6% des pompiers d'une ville ont moins de 20 ans. Parmi eux, 40% sont des femmes.
   Quelle est la proportion de femmes de moins de 20 ans parmi les pompiers de la ville ? Exprimer cette proportion en pourcentage.
4. Un restaurant a ouvert en 2021, année où il a reçu 22 750 clients. En 2022, il en a reçu 56 875.
   (a) Calculer le taux d'évolution, en pourcentage, du nombre de clients entre 2021 et 2022.
   (b) Recopier et compléter la phrase : « Entre 2021 et 2022, le nombre de clients a été multiplié par... »
5. La population d'un village en 2015 était de 1 000 habitants. En 2016, elle a augmenté de 20%, avant de diminuer de 15% en 2017.
   (a) Quelle est l'évolution globale de la population du village entre 2015 et 2017 ?
   (b) En déduire la population du village en 2017.
6. Le prix d'une baguette a été augmenté de 9%.
   Quelle doit être l'évolution en pourcentage du nouveau prix de la baguette afin de retrouver le prix de départ ?
   Arrondir le pourcentage à $0,1\%$.

Exercice 6 – Fonctions affines

Partie A

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté deux fonctions affines f et g définies par :

$$f(x) = 60 - 10x \quad \text{et} \quad g(x) = 40 - 5x$$

Justifier que la fonction f est représentée par la droite (N).

Partie B

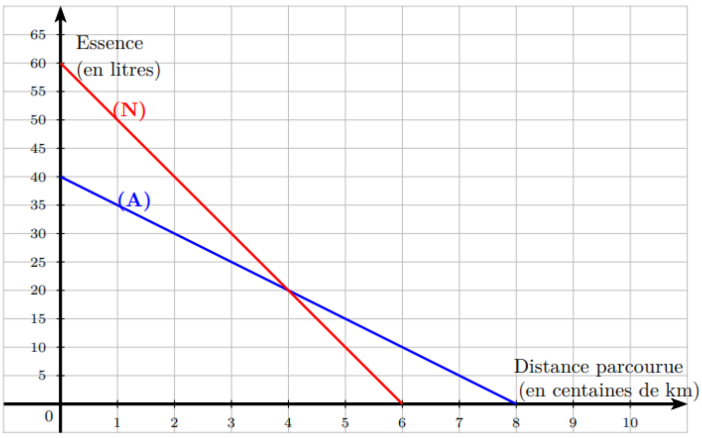
Nabolos et Adamos partent ensemble en vacances, chacun dans leur voiture. Ils partent avec le plein d'essence.
$f(x)$ désigne la quantité d'essence (en litres) contenue dans le réservoir de la voiture de Nabolos après avoir parcouru x centaines de kilomètres.
$g(x)$ désigne la quantité d'essence (en litres) contenue dans le réservoir de la voiture de Adamos après avoir parcouru x centaines de kilomètres.

1. Calculer $f(3)$. Interpréter ce nombre.

2. Déterminer le véhicule le plus économique (c'est-à-dire celui qui consomme le moins pour 100 km parcourus).

3. En utilisant le graphique, déterminer :
   a. La contenance du réservoir de chaque véhicule.
   b. La distance que peut parcourir chaque véhicule avec le plein.
   c. la quantité d'essence consommée par le véhicule de Adamos après 700 km parcourus.

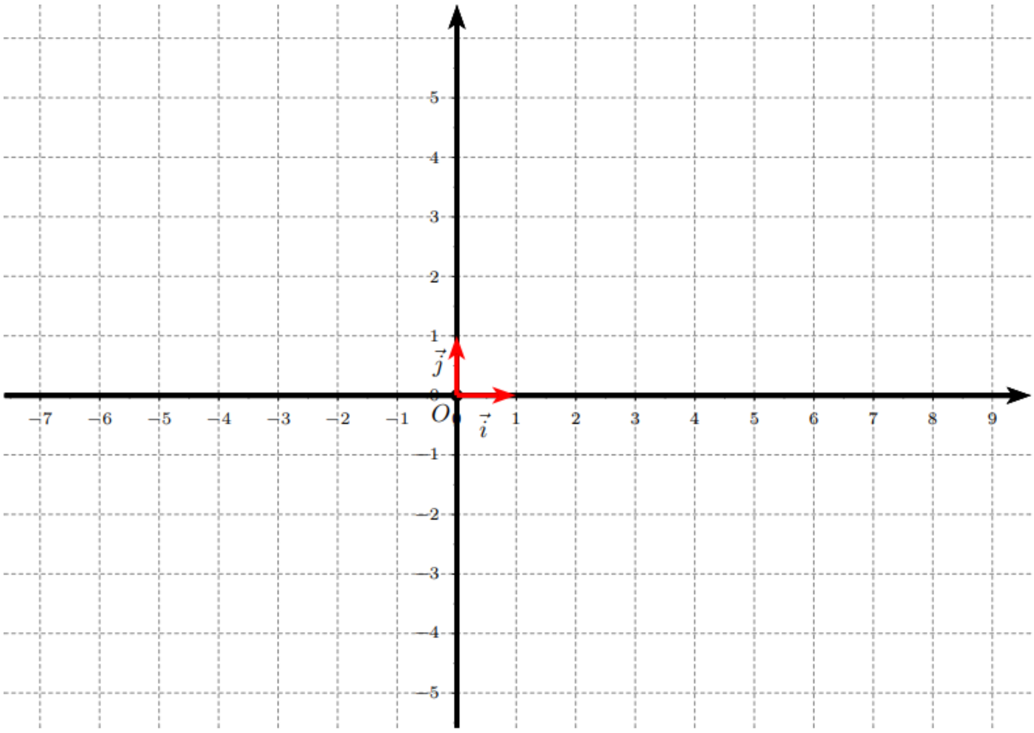
4. a. Résoudre par le calcul, l'équation $f(x) = g(x)$.
   b. Interpréter le résultat.



Exercice 7 – Vecteurs

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}\,; \vec{j}\right)$.

Vous compléterez la figure ci-dessous au fur et à mesure de l'exercice.



1. Placer les points $A(-4;4)$, $B(-1;6)$ et $C(4;2)$ dans le repère $\left(O; \vec{i}\,; \vec{j}\right)$.
2. Déterminer par le calcul les coordonnées du milieu K du segment $[AC]$. Placer K dans le repère.
3. Déterminer par le calcul les coordonnées du point D, symétrique de B par rapport à K.
   Placer D et construire le quadrilatère $ABCD$ dans le repère.
4. Le quadrilatère $ABCD$ est-il un parallélogramme ? Justifier.
5. Déterminer, par le calcul, les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
6. Calculer la distance AB.
7. Le quadrilatère $ABCD$ est-il un losange ? Justifier.

Exercice 8 – Probabilités

un cabinet de recrutement fait passer à des candidats deux examens, l'un en mathématiques et l'autre en français. L'examen permet de déterminer si le candidat a un niveau satisfaisant ou non dans la matière sur lequel il porte.

On dispose des informations suivantes :

- 80% des candidats n'ont pas un niveau satisfaisant en mathématiques ;
- les candidats qui ont un niveau satisfaisant en français sont trois fois plus nombreux que ceux qui n'ont pas un niveau satisfaisant en français ;
- parmi les candidats dont le niveau en mathématiques est satisfaisant, 50% ont un niveau satisfaisant en français.
- On interroge un candidat au hasard et on s'intéresse à son niveau en mathématiques et en français.

On considère les événements : *M* : « Le candidat a un niveau satisfaisant en mathématiques » ;
F : « Le candidat a un niveau satisfaisant en français ».

1) Compléter le tableau ci-contre :
2) Déterminer la probabilité des événements :
   - $\bar{F}$
   - $\bar{M}$
   - $\bar{F} \cap \bar{M}$
   - $\bar{F} \cup \bar{M}$
   - $F \cup M$.

	M	$\overline{M}$	*Total*
F			
$\overline{F}$			
Total			