

# DS4 SECONDE (1H)

Dans tout le devoir, un soin particulier doit être apporté à la rédaction et aux justifications.

NOM - Prénom :

17 mars 2023

## Exercice 1 - Résolution d'une inéquation produit (4 points)

En s'aidant d'un tableau de signes, résoudre les inéquations suivantes :

1.  $(-2x + 4)(7x + 3) \leq 0$

2.  $(2x - 1)(x + 5) + (2x - 1)(3x - 4) < 0$

## Exercice 2 - Étude d'un bénéfice (10 points)

Un artisan fabrique chaque jour  $x$  vases. La production quotidienne ne peut pas dépasser les 60 vases.

Le coût total, exprimé en euros, de fabrication de  $x$  vases est modélisé par la fonction  $C$  définie sur  $[0; 60]$  par :

$$C(x) = x^2 - 30x + 300$$

La représentation graphique  $\mathcal{C}_C$  de cette fonction a été tracée dans le repère ci-dessous.

On admet que chaque vase fabriqué est vendu au prix unitaire de 10€.

1. Est-il plus avantageux pour l'entreprise de fabriquer et vendre 15 vases ou de fabriquer et vendre 28 vases ?

2. On désigne par  $R(x)$  le montant en euros de la recette quotidienne pour la vente de  $x$  vases. On a donc :

$$R(x) = 10x$$

(a) Tracer dans le repère la courbe  $\mathcal{C}_R$  représentative de la fonction recette.

(b) Par lecture graphique, déterminer approximativement :

- l'intervalle dans lequel doit se situer la production  $x$  pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif.
- la production pour laquelle le bénéfice est maximal.

3. On désigne par  $B(x)$  le bénéfice quotidien, en euros, réalisé lorsque l'artisan produit et vend  $x$  vases.

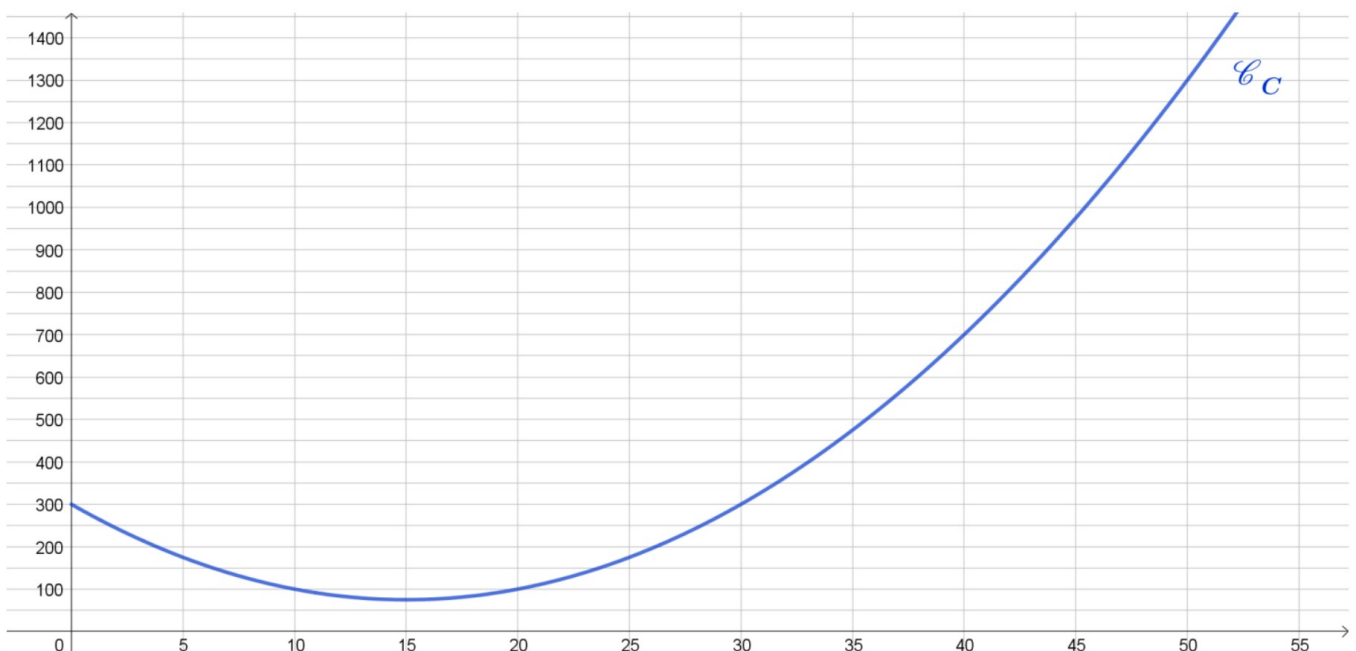
(a) Démontrer que le bénéfice, exprimé en euros, lorsque l'artisan fabrique et vend  $x$  vases est donné par :

$$B(x) = -x^2 + 40x - 300 \quad \text{avec } x \in [0; 60]$$

(b) Démontrer que, pour tout  $x \in [0; 60]$ , on a aussi  $B(x) = (-x + 30)(x - 10)$ .

(c) Étudier le signe de  $B(x)$  à l'aide d'un tableau de signes.

(d) En déduire le nombres de vases à fabriquer et vendre pour réaliser un bénéfice positif.



## Exercice 3 - Géométrie (6 points)

### PARTIE A

1. Factoriser l'expression  $x^2 - 4x$ .

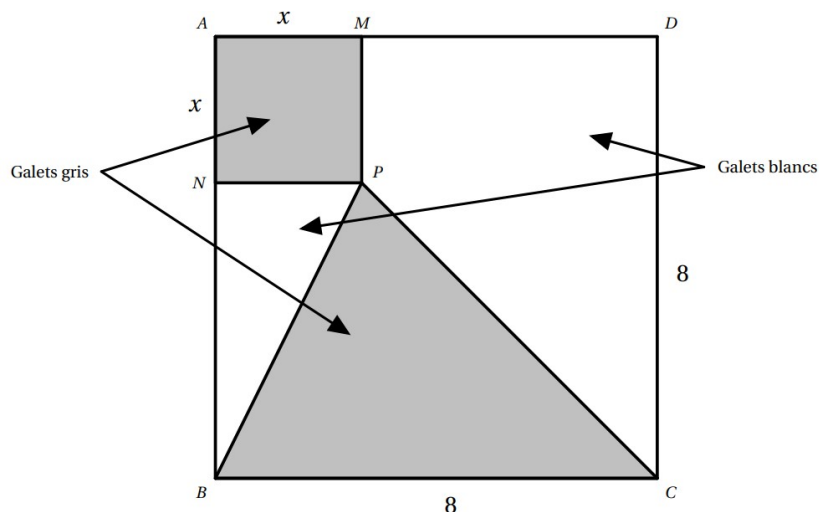
2. En déduire le tableau de signes de  $x^2 - 4x$  en complétant le tableau suivant :

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$x^2 - 4x$		

### PARTIE B

On pourra utiliser des résultats obtenus dans la partie A pour répondre aux questions de la partie B.

Une terrasse carrée mesure 8 mètres de côté. On souhaite remplir cette terrasse de galets de deux couleurs différentes, des gris et des blancs suivant le schéma suivant :



- Le point  $M$  est mobile sur le segment  $[AD]$ .
- On note  $x$  la longueur  $AM$ .
- Les points  $N$  et  $P$  sont construits tels que  $AMPN$  soit un carré.

3. Quelles sont les valeurs possibles de  $x$  pour que l'aire de la surface en galets gris soit supérieure à la moitié de l'aire totale de la terrasse ?

### PARTIE C

Pour vérifier vos réponses, l'entrepreneur qui va réaliser la terrasse a créé une page de calcul sur un tableur :

	A	B
1	Valeur de $x$ en mètres	Aire de la surface en galets gris en $m^2$
2	0	32
3	1	29
4	2	28
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	
9	7	
10	8	

4. Quelle formule a-t-il écrit dans la cellule B2 pour pouvoir l'étirer vers le bas et obtenir l'aire de la surface en galets gris en fonction des différentes valeurs de  $x$  indiquées en colonne A ?