

**DEVOIR SURVEILLE N°8 (80MIN)**

Dans tout le devoir, un soin particulier doit être apporté à la rédaction et aux justifications.

NOM - PRÉNOM : .....

**Exercice 1 - Inéquations (10 points)**

Cet exercice peut être fait directement sur l'énoncé.

1. Résoudre l'inéquation  $(3x - 5)(4 + 2x) > 0$ .


2. Résoudre l'inéquation  $\frac{x - 5}{-2x + 7} \geq 0$ .


3. Résoudre l'inéquation  $(2x - 1)(3 - x) < (2x - 1)(5x + 1)$ .

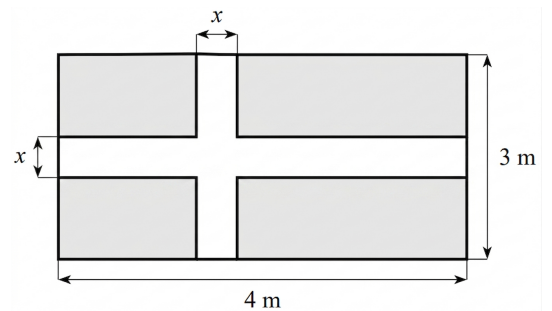

4. (a) Démontrer l'égalité  $\frac{3x - 6}{2x + 3} - \frac{4 - 7x}{2x - 2} = \frac{5x(4x - 1)}{(2x - 2)(2x + 3)}$ .

(b) Résoudre l'inéquation  $\frac{3x - 6}{2x + 3} < \frac{4 - 7x}{2x - 2}$ .


### Exercice 2 - Une histoire de drapeau (3 points)

On considère le drapeau ci-contre. Quelle largeur doit-on donner à la croix pour que son aire soit égale à l'aire restante du drapeau ? Développer  $(x - 1)(x - 6)$  pourra s'avérer utile à un moment.

Toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation, alors il faut tenter !



### Exercice 3 - Étude d'un bénéfice (7 points)

Élisa possède une petite entreprise artisanale où elle fabrique des ceintures en cuir de haute qualité. Comme elle fabrique chaque ceinture entièrement à la main, son travail est très long. À cause de cette contrainte de temps et de la petite taille de son atelier, Élisa ne peut pas fabriquer plus de 34 ceintures par mois.

Le coût total de fabrication mensuel, exprimé en euros, pour  $x$  ceintures, est modélisé par la fonction  $C$  définie sur  $[0; 34]$  par

$$C(x) = 2x^2 + 12x + 240$$

Une représentation graphique de la fonction  $C$  est fournie à la fin de l'exercice.

#### Partie A : Étude graphique

Chaque ceinture est vendue au prix de 80€.

La recette mensuelle  $R(x)$  réalisée par la vente de  $x$  ceintures est donc  $R(x) = 80x$ .

1. Tracer sur le graphique en fin d'exercice la courbe représentative de la fonction  $R$ .
2. Avec la précision permise par le graphique, estimer le nombre de ceintures à vendre pour réaliser un bénéfice.

#### Partie B : Étude du bénéfice

1. Donner la formule qui relie la recette  $R$ , les coûts de production  $C$  et le bénéfice  $B$ .
2. Démontrer que le bénéfice, en euros, pour la vente de  $x$  ceintures est donné par la fonction  $B$  définie par :

$$B(x) = -2x^2 + 68x - 240$$

3. Justifier que, pour tout réel  $x \in [0; 34]$ ,  $B(x) = (-2x + 8)(x - 30)$ .
4. Dresser le tableau de signes de la fonction  $B$ .
5. En déduire la quantité de ceintures à vendre pour réaliser un bénéfice. Justifier votre réponse.
6. **Bonus** : Déterminer la quantité de ceintures à vendre pour réaliser un bénéfice maximal.

