

CORRECTION DEVOIR SURVEILLE N°6A (55MIN)

Dans tout le devoir, un soin particulier doit être apporté à la rédaction et aux justifications.

NOM - PRÉNOM :

Exercice 1 - Utilisation d'un tableau (6 points)

On considère une population de 600 personnes à qui on propose un vaccin pour lutter contre une maladie. Un tiers de la population a été vaccinée. On sait qu'au total, 240 personnes sont malades dans la population, et parmi elles, une personne sur 15 est vaccinée.

1. A partir des données de l'énoncé, compléter directement sur la feuille le tableau d'effectifs suivant.

	Malades	Non malades	Total
Vaccinés	16	184	200
Non vaccinés	224	176	400
Total	240	360	600

2. On interroge une personne au hasard dans la population. On considère les deux évènements suivants :

- M : "La personne interrogée est malade."
- V : "La personne interrogée est vaccinée."

- (a) Calculer $P(V)$.

$$P(V) = \frac{200}{600} = \frac{1}{3}$$

- (b) Décrire avec une phrase l'évènement $\overline{M}$ et calculer sa probabilité.

$\overline{M}$: « La personne interrogée n'est pas malade »

$$P(\overline{M}) = \frac{360}{600} = \frac{3}{5}$$

- (c) Décrire avec une phrase l'évènement $\overline{M} \cap V$ et calculer sa probabilité.

$\overline{M} \cap V$: « La personne interrogée n'est pas malade et vaccinée »

$$P(\overline{M} \cap V) = \frac{184}{600} = \frac{23}{75}$$

- (d) Calculer la probabilité de l'évènement $\overline{M} \cup V$.

$$P(\overline{M} \cup V) = P(\overline{M}) + P(V) - P(\overline{M} \cap V) = \frac{3}{5} + \frac{1}{3} - \frac{23}{75} = \frac{47}{75}$$

3. (a) Si l'on désigne au hasard une personne non vaccinée, quelle est la probabilité, notée p , que cette personne soit malade ?

$$p = \frac{224}{400} = 0,56$$

- (b) Si l'on désigne au hasard une personne vaccinée, quelle est la probabilité, notée q , que cette personne soit malade ?

$$q = \frac{16}{200} = 0,08$$

- (c) On appelle "efficacité du vaccin" le quotient $\frac{p}{q}$. Si ce quotient est supérieur à 1, le vaccin est déclaré efficace et il l'est d'autant plus que la valeur est éloignée de 1.

Ce vaccin peut-il être déclaré efficace ?

$$\frac{p}{q} = \frac{0,56}{0,08} = 7 > 1$$

Ce vaccin peut donc être déclaré efficace.

Exercice 2 - Calcul littéral (4 points)

- Développer et réduire l'expression $A(x) = -2(3x + 1)(2 - x)$.
- Factoriser l'expression $B(x) = (x + 7)(5x + 2) - 3(5x + 2)^2$.
- Résoudre l'équation $9 - 16x^2 = 0$.

1.

$$\begin{aligned}
 A(x) &= -2(3x + 1)(2 - x) \\
 &= -2(6x - 3x^2 + 2 - x) \\
 &= -2(-3x^2 + 5x + 2) \\
 &= 6x^2 - 10x - 4
 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}
 B(x) &= (x + 7)(5x + 2) - 3(5x + 2)^2 \\
 &= (x + 7)(5x + 2) - 3(5x + 2)(5x + 2) \\
 &= (5x + 2)[(x + 7) - 3(5x + 2)] \\
 &= (5x + 2)(x + 7 - 15x - 6) \\
 &= (5x + 2)(-14x + 1)
 \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}
 9 - 16x^2 = 0 &\iff 3^2 - (4x)^2 = 0 \\
 &\iff (3 - 4x)(3 + 4x) = 0 \\
 &\iff 3 - 4x = 0 \text{ ou } 3 + 4x = 0 \\
 &\iff -4x = -3 \text{ ou } 4x = -3 \\
 &\iff x = \frac{3}{4} \text{ ou } x = -\frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

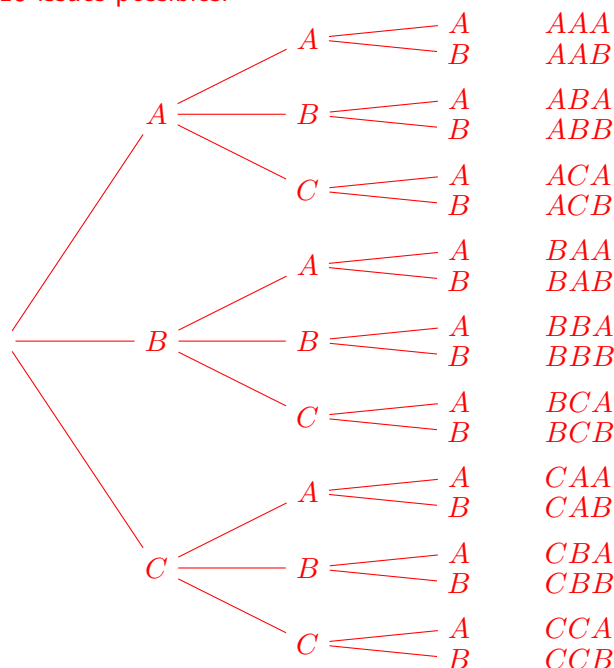
Exercice 3 - Utilisation d'un arbre (6 points)

Un client reçoit en cadeau un ticket d'un jeu de grattage. Sur chaque ticket figure trois cases à gratter. Pour chacune des deux premières cases, il est possible d'obtenir les lettres A , B ou C . Pour la dernière case, seules les lettres A ou B peuvent être obtenues.

Un résultat possible est une liste de trois éléments, par exemple : CAB .

- Justifier qu'il y a 18 résultats possibles (on pourra s'aider d'un arbre)

D'après l'arbre suivant, il y a 18 issues possibles.



2. On considère les événements suivants :

- E : « obtenir 3 lettres identiques »
- F : « obtenir au plus un A »
- G : « obtenir 3 lettres distinctes »
- H : « obtenir au moins un C »

Calculer les probabilités des événements E , F , G et H .

Nous sommes dans une **situation d'équiprobabilité**.

$$E = \{AAA; BBB\} \text{ donc } P(E) = \frac{2}{18}$$

$$F = \{ABB; ACB; BAB; BBA; BBB; BCA; BCB; CAB; CBA; CBB; CCA; CCB\} \text{ donc } P(F) = \frac{12}{18}$$

$$G = \{ACB; BCA; CAB; CBA\} \text{ donc } P(G) = \frac{4}{18}$$

$$H = \{ACA; ACB; BCA; BCB; CAA; CAB; CBA; CBB; CCA; CCB\} \text{ donc } P(H) = \frac{10}{18}$$

3. Montrer que la probabilité de l'événement $F \cap H$ est égale à $\frac{4}{9}$.

En déduire la probabilité de l'événement $F \cup H$.

L'événement $F \cap H$ correspond à « obtenir au plus un A et obtenir au moins un C »

On a donc $F \cap H = \{ACB; BCA; BCB; CAB; CBA; CBB; CCA; CCB\}$

$$\text{On a donc } P(F \cap H) = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

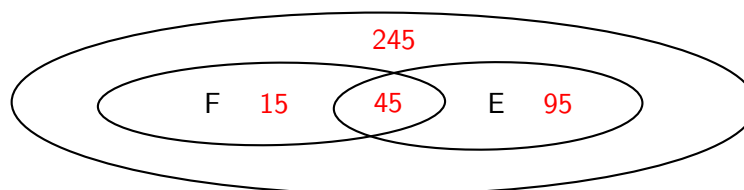
$$\text{Ainsi, on en déduit que } P(F \cup H) = P(F) + P(H) - P(F \cap H) = \frac{12}{18} + \frac{10}{18} - \frac{4}{9} = \frac{14}{18}$$

Exercice 4 - Utilisation d'un diagramme (4 points)

Une campagne de prévention routière s'intéresse aux défauts constatés sur le freinage et sur l'éclairage de 400 véhicules :

- 60 des 400 véhicules présentent un défaut de freinage.
- 140 des 400 véhicules présentent un défaut d'éclairage.
- 45 véhicules présentent à la fois un défaut de freinage et un défaut d'éclairage.

1. Recopier puis compléter le diagramme de Venn ci-dessous avec des nombres pour représenter la situation.



2. On choisit un véhicule au hasard parmi ceux qui ont été examinés. Quelle est la probabilité que :

(a) le véhicule présente un défaut de freinage mais pas de défaut d'éclairage ?

$$\text{Cette probabilité est égale à } P = \frac{15}{400} = \frac{3}{80}$$

(b) le véhicule présente un défaut d'éclairage mais pas de défaut de freinage ?

$$\text{Cette probabilité est égale à } P = \frac{95}{400} = \frac{19}{80}$$

(c) le véhicule ne présente aucun des deux défauts ?

$$\text{Cette probabilité est égale à } P = \frac{245}{400} = \frac{49}{80}$$

(d) le véhicule présente au moins un des deux défauts ?

$$\text{Cette probabilité est égale à } P = \frac{155}{400} = \frac{31}{80}$$

DEVOIR SURVEILLE N°6B (55MIN)

Dans tout le devoir, un soin particulier doit être apporté à la rédaction et aux justifications.

NOM - PRÉNOM :

Exercice 1 - Utilisation d'un tableau (6 points)

On considère une population de 750 personnes à qui on propose un vaccin pour lutter contre une maladie. Deux cinquièmes de la population a été vaccinée. On sait qu'au total, 300 personnes sont malades dans la population, et parmi elles, une personne sur 20 est vaccinée.

1. A partir des données de l'énoncé, compléter directement sur la feuille le tableau d'effectifs suivant.

	Malades	Non malades	Total
Vaccinés			
Non vaccinés			
Total			

2. On interroge une personne au hasard dans la population. On considère les deux évènements suivants :

- M : "La personne interrogée est malade."
- V : "La personne interrogée est vaccinée."

(a) Calculer $P(V)$.

(b) Décrire avec une phrase l'évènement $\overline{M}$ et calculer sa probabilité.

(c) Décrire avec une phrase l'évènement $\overline{M} \cap V$ et calculer sa probabilité.

(d) Calculer la probabilité de l'évènement $\overline{M} \cup V$.

3. (a) Si l'on désigne au hasard une personne non vaccinée, quelle est la probabilité, notée p , que cette personne soit malade ?
- (b) Si l'on désigne au hasard une personne vaccinée, quelle est la probabilité, notée q , que cette personne soit malade ?
- (c) On appelle "efficacité du vaccin" le quotient $\frac{p}{q}$. Si ce quotient est supérieur à 1, le vaccin est déclaré efficace et il l'est d'autant plus que la valeur est éloignée de 1.
Ce vaccin peut-il être déclaré efficace ?

Exercice 2 - Calcul littéral (4 points)

1. Développer et réduire l'expression $A(x) = -3(2x - 1)(x + 4)$.
2. Factoriser l'expression $B(x) = (x - 5)(4x + 3) - 2(4x + 3)^2$.
3. Résoudre l'équation $25 - 9x^2 = 0$.

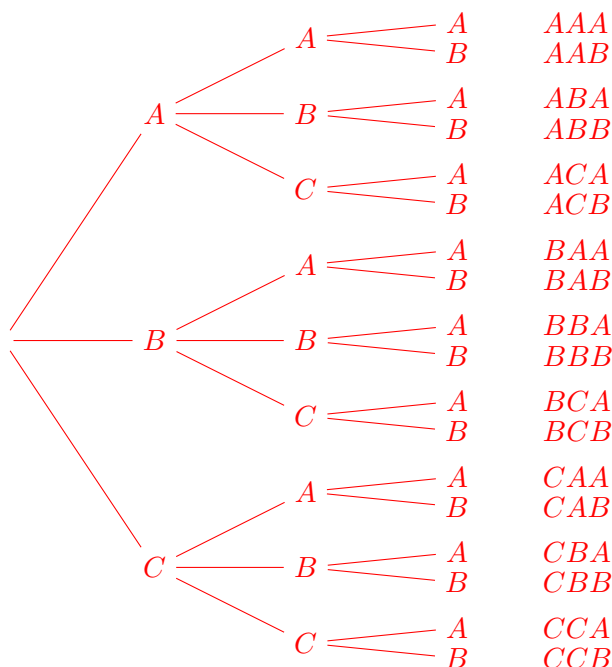
Exercice 3 - Utilisation d'un arbre (6 points)

Un client reçoit en cadeau un ticket d'un jeu de grattage. Sur chaque ticket figure trois cases à gratter. Pour chacune des deux premières cases, il est possible d'obtenir les lettres A , B ou C . Pour la dernière case, seules les lettres A ou B peuvent être obtenues.

Un résultat possible est une liste de trois éléments, par exemple : CAB .

1. Justifier qu'il y a 18 résultats possibles (on pourra s'aider d'un arbre)

D'après l'arbre suivant, il y a 18 issues possibles.



2. On considère les événements suivants :

- E : « obtenir 3 lettres identiques »
- F : « obtenir au plus un A »
- G : « obtenir 3 lettres distinctes »
- H : « obtenir au moins un C »

Calculer les probabilités des événements E , F , G et H .

Nous sommes dans une **situation d'équiprobabilité**.

$$E = \{AAA; BBB\} \text{ donc } P(E) = \frac{2}{18}$$

$$F = \{ABB; ACB; BAB; BBA; BBB; BCA; BCB; CAB; CBA; CBB; CCA; CCB\} \text{ donc } P(F) = \frac{12}{18}$$

$$G = \{ACB; BCA; CAB; CBA\} \text{ donc } P(G) = \frac{4}{18}$$

$$H = \{ACA; ACB; BCA; BCB; CAA; CAB; CBA; CBB; CCA; CCB\} \text{ donc } P(H) = \frac{10}{18}$$

3. Montrer que la probabilité de l'événement $F \cap H$ est égale à $\frac{4}{9}$.

En déduire la probabilité de l'événement $F \cup H$.

L'événement $F \cap H$ correspond à « obtenir au plus un A et obtenir au moins un C »

On a donc $F \cap H = \{ACB; BCA; BCB; CAB; CBA; CBB; CCA; CCB\}$

$$\text{On a donc } P(F \cap H) = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

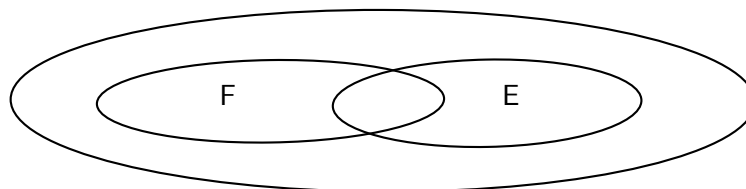
$$\text{Ainsi, on en déduit que } P(F \cup H) = P(F) + P(H) - P(F \cap H) = \frac{12}{18} + \frac{10}{18} - \frac{4}{9} = \frac{14}{18}$$

Exercice 4 - Utilisation d'un diagramme (4 points)

Une campagne de prévention routière s'intéresse aux défauts constatés sur le freinage et sur l'éclairage de 500 véhicules :

- 75 des 500 véhicules présentent un défaut de freinage.
- 180 des 500 véhicules présentent un défaut d'éclairage.
- 50 véhicules présentent à la fois un défaut de freinage et un défaut d'éclairage.

1. Recopier puis compléter le diagramme de Venn ci-dessous avec des nombres pour représenter la situation.



2. On choisit un véhicule au hasard parmi ceux qui ont été examinés. Quelle est la probabilité que :

- (a) le véhicule présente un défaut de freinage mais pas de défaut d'éclairage ?
- (b) le véhicule présente un défaut d'éclairage mais pas de défaut de freinage ?
- (c) le véhicule ne présente aucun des deux défauts ?
- (d) le véhicule présente au moins un des deux défauts ?