

CORRECTION DEVOIR SURVEILLE N°5A (60MIN)

Dans tout le devoir, un soin particulier doit être apporté à la rédaction et aux justifications.

Exercice 1 - Équations (5 points)

Résoudre les équations suivantes :

1. $(3x + 1)(2x - 9) = 0$

$$\begin{aligned}(3x + 1)(2x - 9) &= 0 \\ \Leftrightarrow 3x + 1 &= 0 \quad \text{ou} \quad 2x - 9 = 0 \\ \Leftrightarrow 3x &= -1 \quad \text{ou} \quad 2x = 9 \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad x = \frac{9}{2}\end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{9}{2} \right\}$$

2. $5x^2 - x = 0$

$$\begin{aligned}5x^2 - x &= 0 \\ \Leftrightarrow x(5x - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= 0 \quad \text{ou} \quad 5x - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow x &= 0 \quad \text{ou} \quad 5x = 1 \\ \Leftrightarrow x &= 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{1}{5}\end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \left\{ 0; \frac{1}{5} \right\}$$

3. $(x + 2)(4x + 1) - (x + 2)(x - 1) = 0$

$$\begin{aligned}(x + 2)(4x + 1) - (x + 2)(x - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x + 2)[(4x + 1) - (x - 1)] &= 0 \\ \Leftrightarrow (x + 2)(4x + 1 - x + 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x + 2)(3x + 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow x + 2 &= 0 \quad \text{ou} \quad 3x + 2 = 0 \\ \Leftrightarrow x &= -2 \quad \text{ou} \quad 3x = -2 \\ \Leftrightarrow x &= -2 \quad \text{ou} \quad x = -\frac{2}{3}\end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \left\{ -2; -\frac{2}{3} \right\}$$

4. $5x^2 - 4x + 6 = -4x^2 + 2x + 5$

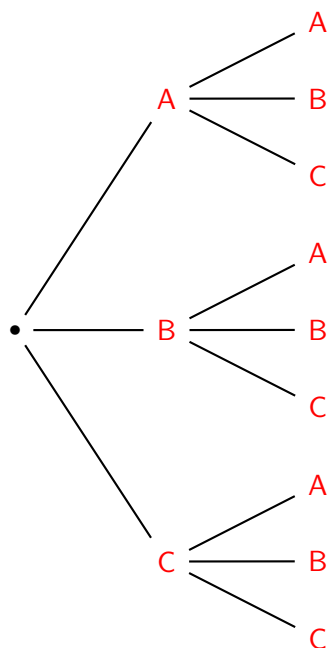
$$\begin{aligned}5x^2 - 4x + 6 &= -4x^2 + 2x + 5 \\ \Leftrightarrow 5x^2 - 4x + 6 + 4x^2 - 2x - 5 &= 0 \\ \Leftrightarrow 9x^2 - 6x + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow (3x - 1)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow 3x - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow 3x &= 1 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

Exercice 2 - Utilisation d'un arbre (4 points)

La porte d'entrée d'un immeuble est muni d'un clavier de trois touches marquées par les lettres A , B et C . Le code qui déclenche l'ouverture de la porte est formé d'une série de deux lettres distinctes ou non.

1. Recopier et compléter l'arbre ci-contre qui dénombre l'ensemble des codes possibles.



2. Déterminer le nombre de codes différents possibles.

Il y a $3 \times 3 =$ 9 codes possibles

3. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants.

A : Le code se termine par A.

B : Le code est formé de deux lettres différentes.

C : Le code comporte au moins une fois la lettre A.

Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.

$$A = \{AA; BA; CA\} \text{ donc } P(A) = \frac{3}{9} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$B = \{AB; AC; BA; BC; CA; CB\} \text{ donc } P(B) = \frac{6}{9} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

$$C = \{AA; AB; AC; BA; CA\} \text{ donc } P(C) = \boxed{\frac{5}{9}}$$

Exercice 3 - Utilisation d'un diagramme (4 points)

Il y a 30 jours en novembre. Je prévois que sur ce mois 18 jours auront de la pluie, 14 jours auront du brouillard, et 7 jours n'auront ni pluie ni brouillard (je sais, c'est optimiste).

1. Représenter la situation à l'aide d'un diagramme de Venn.

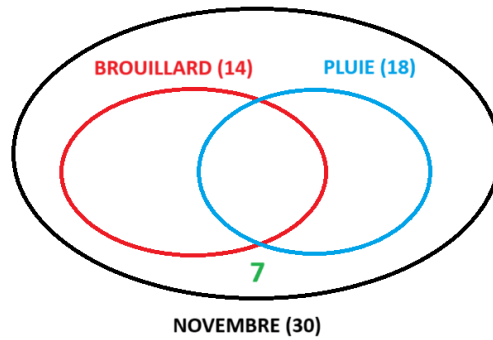
2. On choisit un jour au hasard de novembre.

(a) Quelle est la probabilité qu'il y ait de la pluie sans brouillard ?

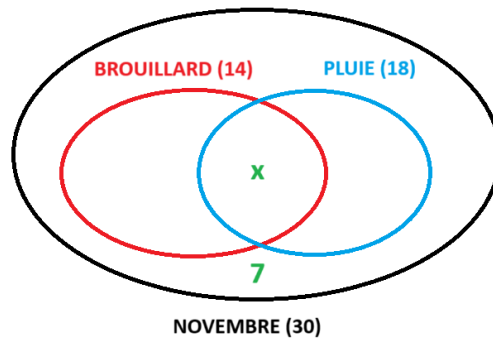
(b) Quelle est la probabilité qu'il y ait du brouillard sans pluie ?

(c) Quelle est la probabilité qu'il y ait de la pluie et du brouillard ?

1. Voilà les informations données par l'énoncé :



Pour compléter le reste du diagramme, on va poser x le nombre de jours où il y aura de la pluie et du brouillard.



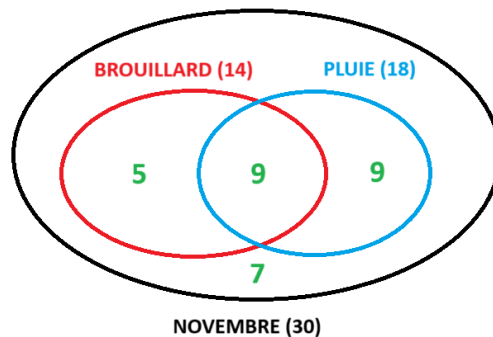
On a alors l'équation :

$$\underbrace{(14 - x)}_{\text{que du brouillard}} + \underbrace{(18 - x)}_{\text{que de la pluie}} + \underbrace{x}_{\text{les deux}} + \underbrace{7}_{\text{ni l'un ni l'autre}} = 30$$

On peut alors résoudre cette équation :

$$\begin{aligned} 14 - x + 18 - x + x + 7 &= 30 \\ \Leftrightarrow -x + 39 &= 30 \\ \Leftrightarrow -x &= -9 \\ \Leftrightarrow x &= 9 \end{aligned}$$

On peut alors terminer de compléter notre diagramme :



2. Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.

(a) La probabilité qu'il y ait de la pluie sans brouillard est égale à $\frac{9}{30} = 0,3$.

(b) La probabilité qu'il y ait du brouillard sans pluie est égale à $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$.

(c) La probabilité qu'il y ait de la pluie et du brouillard est égale à $\frac{9}{30} = 0,3$.

Exercice 4 - Utilisation d'un tableau (7 points)

On envoie un questionnaire à 300 personnes, dont 60% de femmes, portant sur les loisirs : « Faire du sport, regarder la télévision ou lire un livre, lequel de ces loisirs préférez-vous ? ».

55% des hommes et 30% des femmes répondent « faire du sport », 42 femmes préfèrent lire un livre et 114 personnes répondent « regarder la télévision ».

On considère les événements :

- S : « la personne interrogée préfère le sport »
- T : « la personne interrogée préfère regarder la télévision »
- L : « la personne interrogée préfère lire un livre »
- H : « la personne interrogée est un homme »
- F : « la personne interrogée est une femme »

1. Compléter le tableau ci-dessous.

	S	T	L	Total
H	66	30	24	120
F	54	84	42	180
Total	120	114	66	300

2. On tire un questionnaire au hasard.

Quelle est la probabilité pour que ce soit celui d'une personne préférant regarder la télévision ?

La probabilité pour que la personne choisie préfère regarder la télévision est $P(T) = \frac{114}{300} = 0,38$.

3. Décrire l'événement $H \cap T$ avec une phrase et calculer sa probabilité.

$H \cap T$: « la personne interrogée est un homme **et** préfère regarder la télévision »

$$P(H \cap T) = \frac{30}{300} = 0,1.$$

4. Décrire l'événement $H \cup T$ avec une phrase et calculer sa probabilité.

$H \cup T$: « la personne interrogée est un homme **ou** préfère regarder la télévision »

$$\begin{aligned} P(H \cup T) &= P(H) + P(T) - P(H \cap T) \\ &= \frac{120}{300} + \frac{114}{300} - \frac{30}{300} \\ &= 0,68 \end{aligned}$$

5. (a) On choisit au hasard le questionnaire d'une personne préférant faire du sport.

Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?

Cette probabilité est égale à $P_S(F) = \frac{54}{120} = 0,45$.

(b) On choisit au hasard un questionnaire complété par une femme.

Quelle est la probabilité pour que ce soit une femme qui préfère faire du sport ?

Cette probabilité est égale à $P_F(S) = \frac{54}{180} = 0,3$.



Les notations $P_S(F)$ et $P_F(S)$ ne sont pas exigibles et ne seront vues qu'en Première.

Bonus (1 point)

M. Martin a deux enfants. Au moins l'un des deux est un garçon.

Quelle est la probabilité que les deux enfants soient des garçons ? Justifier.

Dans la famille de M. Martin, comme on sait qu'au moins un des deux enfants est un garçon, les seuls cas possibles sont donc FG, GF et GG, et le seul cas favorable est GG.

La probabilité que les deux enfants soient des garçons vaut donc $\frac{1}{3}$.