

CORRECTION DEVOIR SURVEILLE N°4A (60MIN)

Dans tout le devoir, un soin particulier doit être apporté à la rédaction et aux justifications.

Exercice 1 - Factorisation (4 points)

Factoriser les expressions suivantes :

1. $A(x) = 7x^2 - x$

$$A(x) = x(7x - 1)$$

2. $B(x) = (3x - 2)(2x + 5) - (3x - 2)(x + 3)$

$$B(x) = (3x - 2)[(2x + 5) - (x + 3)]$$

$$B(x) = (3x - 2)(2x + 5 - x - 3)$$

$$B(x) = (3x - 2)(x + 2)$$

3. $C(x) = 16x^2 - 9$

$$C(x) = (4x)^2 - 3^2$$

$$C(x) = (4x - 3)(4x + 3)$$

4. $D(x) = 4 + 12x + 9x^2$

$$D(x) = 2^2 + 2 \times 2 \times 3x + (3x)^2$$

$$D(x) = (2 + 3x)^2$$

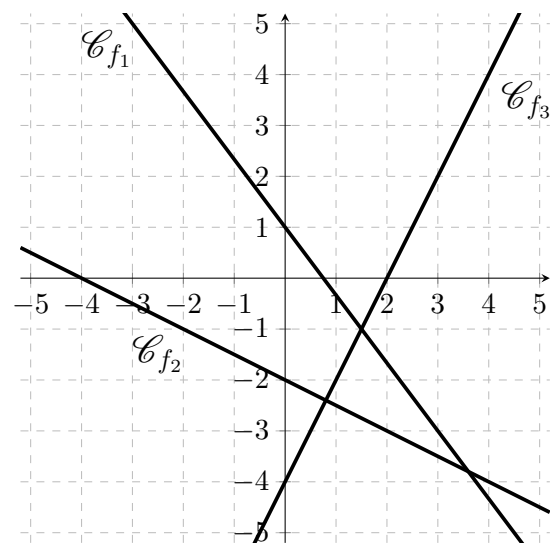
Exercice 2 - Représentations graphiques (3 points)

Donner sans justification et à l'aide des renseignements donnés sur le graphique les expressions des fonctions affines représentées ci-contre :

$$f_1(x) = -\frac{4}{3}x + 1$$

$$f_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$f_3(x) = 2x - 4$$



Exercice 3 - Étude d'une fonction (3 points)

On considère la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = 7 - 4x$.

1. Déterminer le tableau de variation de la fonction h .

2. Déterminer le tableau de signes de la fonction h .

$m = -4 < 0$ donc la fonction h est décroissante sur \mathbb{R} .

On en déduit le tableau de variation de la fonction h sur \mathbb{R} :

x	$-\infty$	$+\infty$
$h(x)$		

De plus,

$$h(x) = 0 \iff 7 - 4x = 0 \iff 7 = 4x \iff x = \frac{7}{4}$$

On en déduit le tableau de signes de la fonction h sur \mathbb{R} :

x	$-\infty$	$\frac{7}{4}$	$+\infty$
$h(x)$	$+$	0	$-$

Exercice 4 - Problème du météore (4 points)

Le satellite Bubble vient de repérer un météore qui semble se diriger vers la Terre. Le satellite relève que le météore suit une trajectoire rectiligne. Son système radar transmet les coordonnées de deux points de passage du météore :

1^{er} point de passage : $A(12; 27)$
2^{ème} point de passage : $B(18; 48)$



- La droite (AB) est la représentation graphique d'une fonction affine f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = mx + p$.
Déterminer l'expression de $f(x)$ par le calcul.
- Dans ce même repère, les coordonnées de la Terre sont $T(240; 819)$.
La Terre est-elle en danger ?

- $A(12; 27) \in \mathcal{C}_f$ donc $f(12) = 27$.
 $B(18; 48) \in \mathcal{C}_f$ donc $f(18) = 48$.

$$m = \frac{f(18) - f(12)}{18 - 12} = \frac{48 - 27}{18 - 12} = \frac{7}{2}$$

Ainsi,

$$f(x) = \frac{7}{2}x + p$$

Or, $f(12) = 27$ donc :

$$\begin{aligned} f(12) = 27 &\iff \frac{7}{2} \times 12 + p = 27 \\ &\iff 42 + p = 27 \\ &\iff p = -15 \end{aligned}$$

En conclusion, f est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{7}{2}x - 15$.

- On cherche à déterminer si la Terre est sur la trajectoire du météore.

$$f(x_T) = f(240) = \frac{7}{2} \times 240 - 15 = 825 \neq y_T$$

Par conséquent, le point T n'appartient pas à la droite (AB) .

La Terre n'est pas sur la trajectoire du météore, on peut donc partir en vacances sereinement.

Exercice 5 - Tarifs de bibliothèque (4 points)

Pour emprunter des livres dans une bibliothèque, on a le choix entre les trois formules suivantes :

- Formule A : Payer une participation de 0,50€ par livre emprunté.
- Formule B : Acheter une carte de bibliothèque à 7,50€ et ne payer ensuite que 0,20€ par livre emprunté.
- Formule C : Acheter une carte de bibliothèque à 15,50€ par an et emprunter autant de livres que l'on veut.

1. Soit x le nombre de livres empruntés par an par une personne.

Exprimée la somme déboursée $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ pour chacune des formules A, B et C.

Pour la formule A, $f(x) = 0,5x$.

Pour la formule B, $g(x) = 0,2x + 7,5$.

Pour la formule C, $h(x) = 15,5$.

2. Représenter avec précision dans le graphique ci-dessous la courbe représentative de ces trois fonctions.

Voir le graphique.

3. Déterminer graphiquement la formule la plus avantageuse en fonction du nombre de livres empruntés par an.

Pour moins de 25 livres empruntés, il est plus avantageux de choisir la formule A.

Entre 25 et 40 livres empruntés, il vaut mieux choisir la formule B.

Au-delà de 40 livres empruntés, il est plus rentable de choisir la formule C.

4. Retrouver les résultats de la question précédente par le calcul.

On peut vérifier les résultats de la question précédente en calculant les abscisses des points A et B.

Tout d'abord,

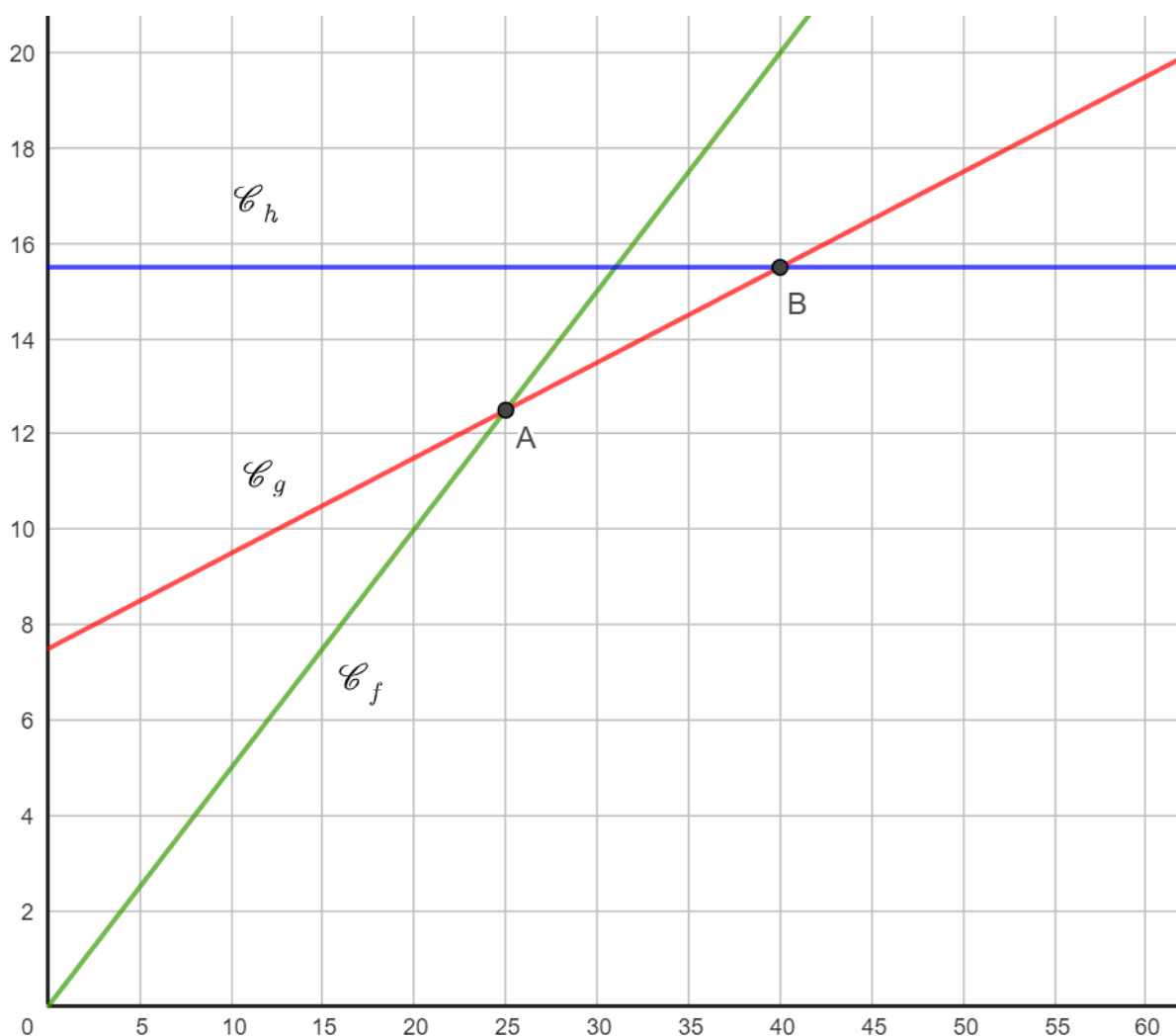
$$f(x) = g(x) \iff 0,5x = 0,2x + 7,5 \iff 0,3x = 7,5 \iff x = 25$$

La formule A est donc bien la plus avantageuse jusqu'à 25 livres empruntés.

De plus,

$$g(x) = h(x) \iff 0,2x + 7,5 = 15,5 \iff 0,2x = 8 \iff x = 40$$

Par conséquent, la formule B est bien plus avantageuse entre 25 et 40 livres empruntés.



Exercice 6 - Fonction mystère (2 points)

Soit f la fonction affine définie pour tout réel x par $f(x) = \frac{3}{2}x + p$ et $f(0) = -1$.

1. Lequel de ces quatre tableaux de variation est celui de la fonction f ?
Justifier votre réponse.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$A(x)$			

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$B(x)$			

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$C(x)$			

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$D(x)$			

Tout d'abord, $m = \frac{3}{2}$ donc la fonction f est croissante sur \mathbb{R} .

De plus, $f(0) = -1$ donc $p = -1$ et donc $f(x) = \frac{3}{2}x - 1$.

Enfin,

$$f(x) = 0 \iff \frac{3}{2}x - 1 = 0 \iff \frac{3}{2}x = 1 \iff x = \frac{2}{3}$$

En conclusion, le tableau de variation de la fonction f est le suivant :

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$C(x)$			

2. Donner le tableau de signes de la fonction f .

A l'aide du tableau de variation précédent, on peut en déduire le tableau de signes de la fonction f :

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

CORRECTION DEVOIR SURVEILLE N°4B (60MIN)

Dans tout le devoir, un soin particulier doit être apporté à la rédaction et aux justifications.

Exercice 1 - Factorisation (4 points)

Factoriser les expressions suivantes :

1. $A(x) = x - 3x^2$
 $A(x) = x(1 - 3x)$

2. $B(x) = (3x - 2)(2x + 5) - (6x - 3)(2x + 5)$
 $B(x) = (2x + 5)[(3x - 2) - (6x - 3)]$
 $B(x) = (2x + 5)(3x - 2 - 6x + 3)$
 $B(x) = (2x + 5)(-3x + 1)$

3. $C(x) = 9x^2 - 25$
 $C(x) = (3x)^2 - 5^2$
 $C(x) = (3x - 5)(3x + 5)$

4. $D(x) = 9 + 12x + 4x^2$
 $C(x) = 3^2 + 2 \times 3 \times 2x + (2x)^2$
 $C(x) = (3 + 2x)^2$

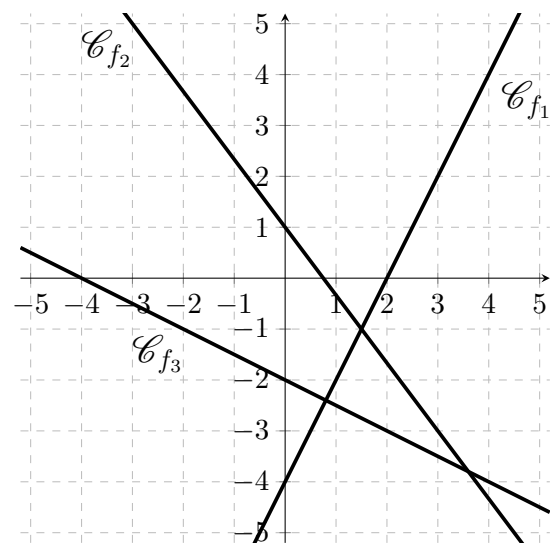
Exercice 2 - Représentations graphiques (3 points)

Donner sans justification et à l'aide des renseignements donnés sur le graphique les expressions des fonctions affines représentées ci-contre :

$$f_1(x) = 2x - 4$$

$$f_2(x) = -\frac{4}{3}x + 1$$

$$f_3(x) = -\frac{1}{2}x - 2$$



Exercice 3 - Étude d'une fonction (3 points)

On considère la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = 4 - 7x$.

1. Déterminer le tableau de variation de la fonction h .

2. Déterminer le tableau de signes de la fonction h .

$m = -7 < 0$ donc la fonction h est décroissante sur \mathbb{R} .

On en déduit le tableau de variation de la fonction h sur \mathbb{R} :

x	$-\infty$	$+\infty$
$h(x)$		

De plus,

$$h(x) = 0 \iff 4 - 7x = 0 \iff 4 = 7x \iff x = \frac{4}{7}$$

On en déduit le tableau de signes de la fonction h sur \mathbb{R} :

x	$-\infty$	$\frac{4}{7}$	$+\infty$
$h(x)$	$+$	0	$-$

Exercice 4 - Problème du météore (4 points)

Le satellite Bubble vient de repérer un météore qui semble se diriger vers la Terre. Le satellite relève que le météore suit une trajectoire rectiligne. Son système radar transmet les coordonnées de deux points de passage du météore :

1^{er} point de passage : $A(12; 27)$
2^{ème} point de passage : $B(18; 48)$



- La droite (AB) est la représentation graphique d'une fonction affine f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = mx + p$.
Déterminer l'expression de $f(x)$ par le calcul.
- Dans ce même repère, les coordonnées de la Terre sont $T(240; 819)$.
La Terre est-elle en danger ?

- $A(12; 27) \in \mathcal{C}_f$ donc $f(12) = 27$.
 $B(18; 48) \in \mathcal{C}_f$ donc $f(18) = 48$.

$$m = \frac{f(18) - f(12)}{18 - 12} = \frac{48 - 27}{18 - 12} = \frac{7}{2}$$

Ainsi,

$$f(x) = \frac{7}{2}x + p$$

Or, $f(12) = 27$ donc :

$$\begin{aligned} f(12) = 27 &\iff \frac{7}{2} \times 12 + p = 27 \\ &\iff 42 + p = 27 \\ &\iff p = -15 \end{aligned}$$

En conclusion, f est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{7}{2}x - 15$.

- On cherche à déterminer si la Terre est sur la trajectoire du météore.

$$f(x_T) = f(240) = \frac{7}{2} \times 240 - 15 = 825 \neq y_T$$

Par conséquent, le point T n'appartient pas à la droite (AB) .

La Terre n'est pas sur la trajectoire du météore, on peut donc partir en vacances sereinement.

Exercice 5 - Tarifs de bibliothèque (4 points)

Pour emprunter des livres dans une bibliothèque, on a le choix entre les trois formules suivantes :

- Formule A : Payer une participation de 0,50€ par livre emprunté.
- Formule B : Acheter une carte de bibliothèque à 7,50€ et ne payer ensuite que 0,20€ par livre emprunté.
- Formule C : Acheter une carte de bibliothèque à 15,50€ par an et emprunter autant de livres que l'on veut.

1. Soit x le nombre de livres empruntés par an par une personne.

Exprimée la somme déboursée $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ pour chacune des formules A, B et C.

Pour la formule A, $f(x) = 0,5x$.

Pour la formule B, $g(x) = 0,2x + 7,5$.

Pour la formule C, $h(x) = 15,5$.

2. Représenter avec précision dans le graphique ci-dessous la courbe représentative de ces trois fonctions.

Voir le graphique.

3. Déterminer graphiquement la formule la plus avantageuse en fonction du nombre de livres empruntés par an.

Pour moins de 25 livres empruntés, il est plus avantageux de choisir la formule A.

Entre 25 et 40 livres empruntés, il vaut mieux choisir la formule B.

Au-delà de 40 livres empruntés, il est plus rentable de choisir la formule C.

4. Retrouver les résultats de la question précédente par le calcul.

On peut vérifier les résultats de la question précédente en calculant les abscisses des points A et B.

Tout d'abord,

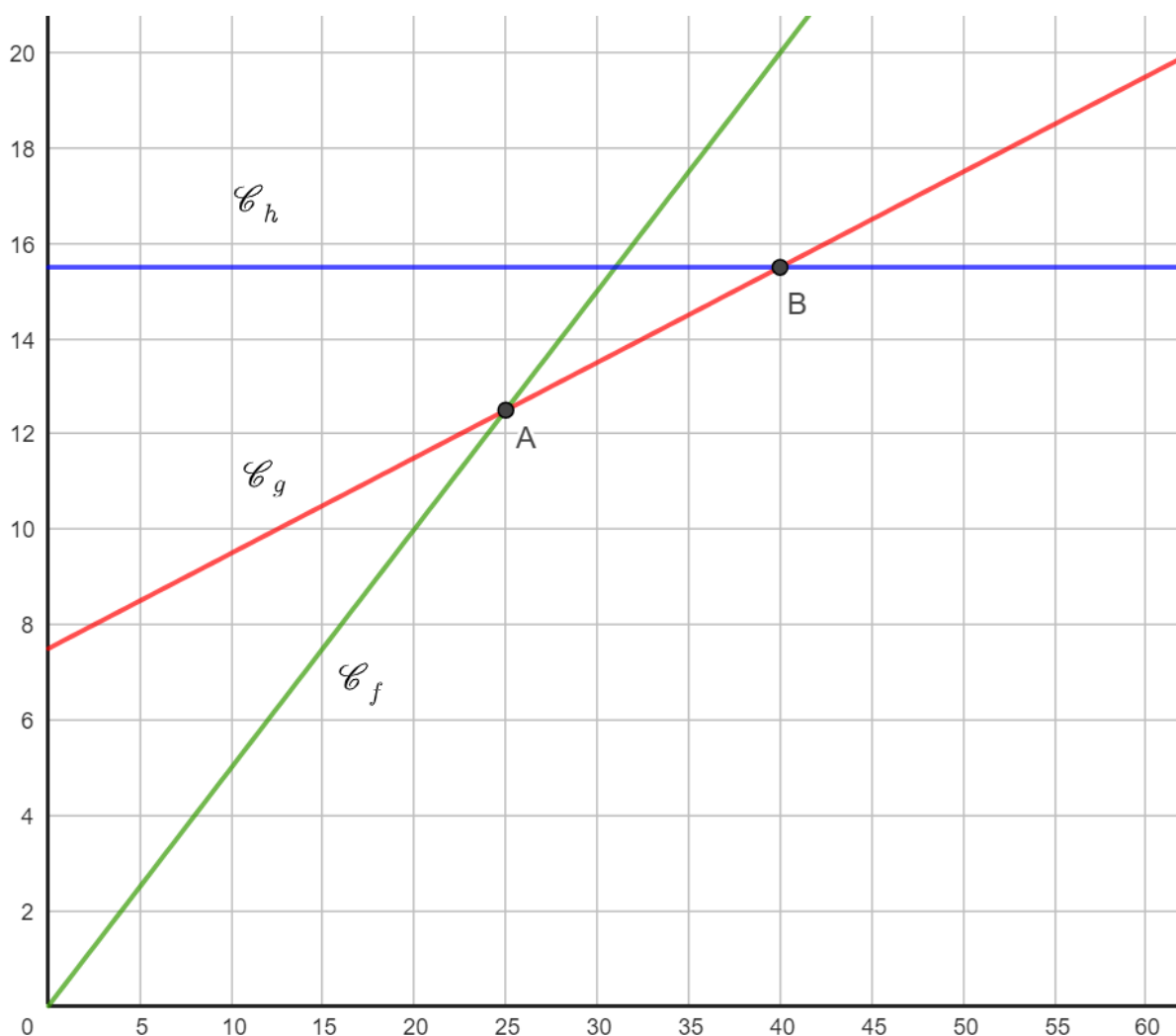
$$f(x) = g(x) \iff 0,5x = 0,2x + 7,5 \iff 0,3x = 7,5 \iff x = 25$$

La formule A est donc bien la plus avantageuse jusqu'à 25 livres empruntés.

De plus,

$$g(x) = h(x) \iff 0,2x + 7,5 = 15,5 \iff 0,2x = 8 \iff x = 40$$

Par conséquent, la formule B est bien plus avantageuse entre 25 et 40 livres empruntés.



Exercice 6 - Fonction mystère (2 points)

Soit f la fonction affine définie pour tout réel x par $f(x) = -\frac{2}{3}x + p$ et $f(0) = 1$.

1. Lequel de ces quatre tableaux de variation est celui de la fonction f ?
Justifier votre réponse.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$A(x)$			

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$B(x)$			

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$C(x)$			

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$D(x)$			

Tout d'abord, $m = -\frac{2}{3}$ donc la fonction f est décroissante sur \mathbb{R} .

De plus, $f(0) = 1$ donc $p = 1$ et donc $f(x) = -\frac{2}{3}x + 1$.

Enfin,

$$f(x) = 0 \iff -\frac{2}{3}x + 1 = 0 \iff -\frac{2}{3}x = -1 \iff x = \frac{3}{2}$$

En conclusion, le tableau de variation de la fonction f est le suivant :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$D(x)$			

2. Donner le tableau de signes de la fonction f .

A l'aide du tableau de variation précédent, on peut en déduire le tableau de signes de la fonction f :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-