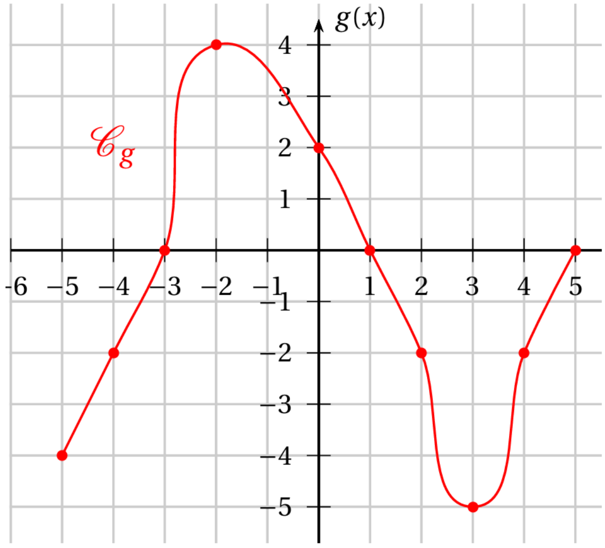
Correction Devoir Surveille N°1 (50min)

Dans tout le devoir, un soin particulier doit être apporté à la rédaction et aux justifications.

Exercice 1 (6 points)

On considère la fonction g dont on donne la courbe représentative $\mathscr{C}_g$ ci-dessous.



1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction g ?
   L'ensemble de définition de la fonction g est $[-5;5]$.

2. Quelle est l'image de -4 par la fonction g ?
   L'image de -4 par la fonction g est -2.

3. Combien vaut $g(0)$?
   $g(0) = 2$

4. Quels sont les antécédents de -2 par la fonction g ?
   Les antécédents de -2 par la fonction g sont -4, 2 et 4.

5. Donner l'ensemble E des réels qui ont une image positive ou nulle par la fonction g.
   $E = [-3;1] \cup \{5\}$

6. Donner l'ensemble F des réels qui ont exactement 2 antécédents par la fonction g.
   $F =]-5;-4[\cup]0;4[$

7. A quel intervalle appartient $g(x)$ si x appartient à l'intervalle $[-4;0]$?
   Si $x \in [-4;0]$, alors $g(x) \in [-2;4]$.

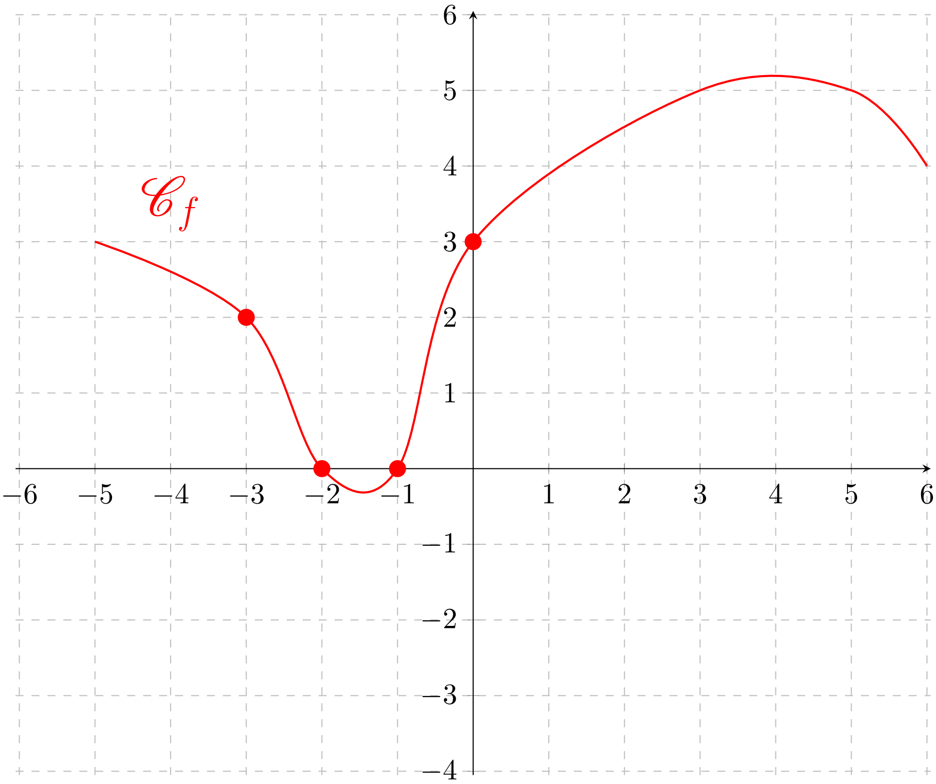
8. On a $g(3) = -5$. Écrire trois phrases traduisant cette égalité, l'une utilisant le mot « *image* », une autre utilisant le mot « *antécédent* » et enfin la dernière utilisant le mot « *courbe représentative* ».
   -5 est l'image de 3 par la fonction g.
   3 est un antécédent de -5 par la fonction g.
   La courbe représentative de la fonction g passe par le point $A(3;-5)$.

Exercice 2 (3 points)

Soit $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-5;6]$ vérifiant les contraintes suivantes :

- $f(0) = 3$.
- -3 est un antécédent de 2 par la fonction f.
- L'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions.
- La fonction f est décroissante sur l'intervalle $[-5;-2]$.
- Si $x \in [3;5]$, alors $f(x) \geqslant 4$.

Tracer une courbe représentant la fonction f.



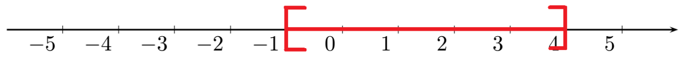
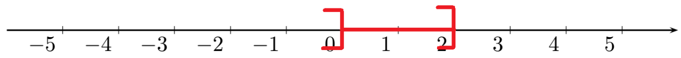
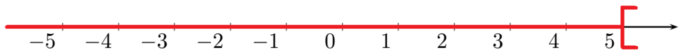
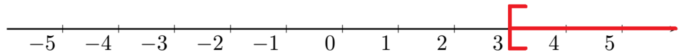
Exercice 3 (2,5 points)

Compléter chaque case du tableau ci-dessous à l'aide d'un des symboles $\in$ ou $\notin$.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$-\sqrt{81} = -9$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\dfrac{87}{3} = 29$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$-\dfrac{2}{9} \approx -0,2222\dots$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$
$\sqrt{31} \approx 5,5677\dots$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$
$\dfrac{3}{8} = 0,375$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$

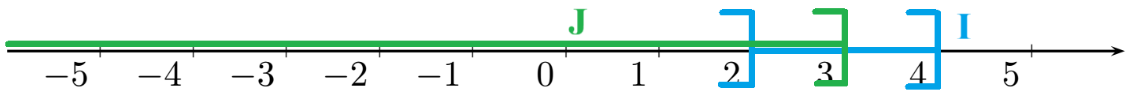
Exercice 4 (3,5 points)

1. Chaque ligne du tableau suivant décrit un intervalle de trois manières.
Compléter le tableau, en utilisant une couleur autre que le noir pour la représentation graphique.

Inéquation	**Intervalle**	**Représentation graphique**
$-1 \leqslant x \leqslant 4$	$[-1\,;\,4]$	
$0 < x \leqslant 2$	$]\,0\,;\,2\,]$	
$x < 5$	$]-\infty\,;\,5\,[$	
$x \geqslant 3$	$[\,3\,;\,+\infty\,[$	

2. Soient les intervalles $I =]\,2\,;4\,]$ et $J =]-\infty\,;3\,]$.

(a) Représenter graphiquement ces deux intervalles sur une même droite graduée, de deux couleurs différentes.



(b) Donner l'intersection et la réunion de I et J.
L'intersection de I et J est $I \cap J =]2;3]$.
L'union de I et J est $I \cup J =]-\infty;4]$.

Exercice 5 (5 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3$.

1. Déterminer l'image de -2 par la fonction f.
$f(-2) = (-2)^2 + 3 = 4 + 3 = 7$.
L'image de -2 par la fonction f est 7.

2. Déterminer les antécédents de 12 par la fonction f.
Pour déterminer les antécédents de 12 par la fonction f, on résout l'équation $f(x) = 12$.

$$\begin{aligned} &f(x) = 12 \\ &x^2 + 3 = 12 \\ &x^2 = 9 \\ &x = -3 \text{ ou } x = 3 \end{aligned}$$

En conclusion, les antécédents de 12 par la fonction f sont -3 et 3.

3. Démontrer que la courbe représentative de la fonction f ne coupe pas l'axe des abscisses.
Déterminer les endroits où la courbe de f coupe l'axe des abscisses revient à résoudre l'équation $f(x) = 0$.

$$\begin{aligned} &f(x) = 0 \\ &x^2 + 3 = 0 \\ &x^2 = -3 \end{aligned}$$

Un carré est toujours positif donc cette équation n'admet pas de solution réelle.
En conclusion, la courbe représentative de la fonction f ne coupe jamais l'axe des abscisses.

4. Démontrer que le point $A(1;4)$ est un point de la courbe représentative de la fonction f.
$f(1) = 1^2 + 3 = 4$
Par conséquent, le point $A(1;4)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f.

5. Sans justifier, tracer le plus précisément possible la courbe représentative de la fonction f dans le repère ci-dessous.
On calcule plusieurs images pour obtenir quelques points de la courbe puis on les relie.

x	-5	-4	-3	-2	-1	...
$f(x)$	28	19	12	7	4	...