

Approfondissement étude de signes

Objectif 1ere spé maths

Exercice 1 : Tableaux de signes produit

Résoudre les inéquations suivantes à l'aide d'un tableau de signes :

1) $(x - 3)(4 + x) \geq 0$ 2) $8x^2 < 3x$ 3) $(x - 5)^2 \geq (3 - 2x)^2$

Exercice 2 : Tableaux de signes quotient

Résoudre les inéquations suivantes à l'aide d'un tableau de signes :

1) $\frac{2-3x}{5+x} > 1$ 2) $\frac{2}{x-2} < \frac{3}{x+1}$

Exercice 3 : Factorisation puis tableau de signes

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 - 5x - 12$.

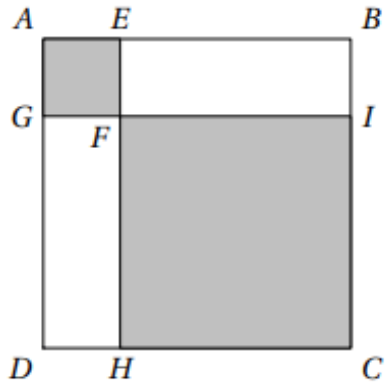
1) Montrer que pour tout réel x , $f(x) = 2 \left[\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{121}{16} \right]$ puis factoriser $f(x)$.

2) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $f(x) \leq 0$

Exercice 4 : Modélisation

ABCD est un carré dont les côtés mesurent 10cm. E est un point du segment $[AB]$.

Les points E,F,G,H et I sont placés de sorte que AEFG et FICH soient des carrés.



Où doit-on placer le point E pour que la surface colorée ait une aire inférieure à 58cm^2 ?

Aide : On pourra développer $(2x - 6)(x - 7)$

Exercice 5 : Positions relatives de courbes

Dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O ; I, J)$, on considère les courbes représentatives C_f et C_g de deux fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 6x^3 + 2x^2 + x + 1 \text{ et } g(x) = 2x^2 + 19x + 13$$

1) Déterminer les réels a et b tels que :

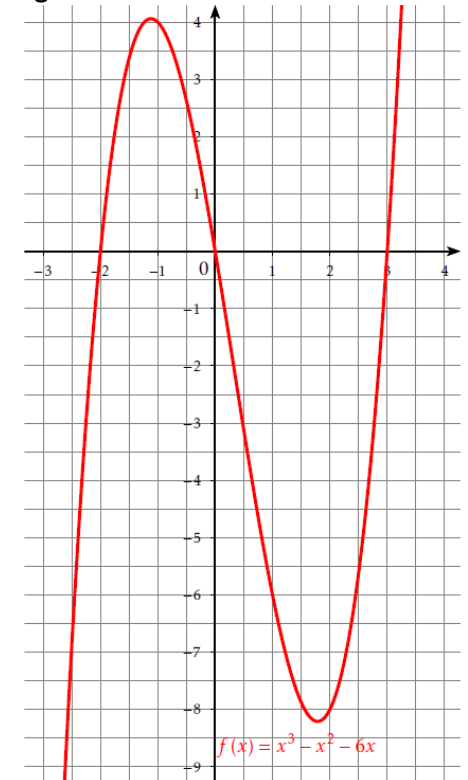
$$6x^3 - 18x - 12 = (2x + 2)(3x + 3)(ax + b)$$

Aide : développer l'expression de droite puis raisonner par identification des coefficients

2) En déduire sur quels intervalles C_f est strictement au dessus de C_g

Exercice 6 : Exercice complet d'étude de signe

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - x^2 - 6x$ dont la représentation graphique est donnée dans le repère ci-contre.



1) a) Déterminer graphiquement

l'image de $\frac{5}{2}$ par f .

b) Retrouver ce résultat par le calcul.

2) a) Déterminer graphiquement

les antécédents de 0 par f .

b) Développer l'expression

$$(x - 3)(x + 2).$$

c) En déduire une factorisation de $f(x)$.

d) Dresser le tableau de signes de $f(x)$ sur \mathbb{R} .

3) a) Résoudre graphiquement

$$f(x) \geq -6$$

b) Factoriser $x^3 - x^2$ et $-6x + 6$.

c) Résoudre l'inéquation $f(x) \geq -6$ en vous aidant des factorisations précédentes.