

SOUTIEN 5 – Réinvestissement calcul littéral

Partie 1 – Distribuer pour développer

Développer, c'est transformer un produit en somme.

Rappel 1 - Distributivité simple

$$a(b + c) = ab + ac$$

Rappel 2 : Double distributivité

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Exercice 1 : Développer et réduire les expressions suivantes

$$A = 2(3 + x)(3 - x)$$

$$B = -3(2x + 1)(-2 + x)$$

$$C = (2 - 3x)(5 - 2x) - 4(3x - 1)(x + 2)$$

Partie 2 – Utiliser un facteur commun pour factoriser

Factoriser, c'est transformer une somme en produit.

Rappel 3 : Facteur commun

Exemples :

$$\underline{2} - \underline{2}x = \underline{2}(1 - x) \quad 2 \text{ est un facteur commun.}$$

$$\begin{aligned} \underline{(x+2)}(\underline{3x-1}) + \underline{(x+2)}(\underline{x-5}) &= \underline{(x+2)}[(\underline{3x-1}) + (\underline{x-5})] \\ &= (x+2)(4x-6) \\ x+2 &\text{ est un facteur commun.} \end{aligned}$$

Exercice 2 : Souligner le facteur commun puis factoriser :

$$A = 14x^2 - 7x$$

$$B = (2x - 5)(4x - 3) - (2x - 5)(3x - 1)$$

$$C = 2(3x - 1)(x + 3) - 3(x + 3)(4x + 1)$$

$$D = (x + 7)(5x + 2) - 3(5x + 2)^2$$

Partie 3 – Utiliser une identité remarquable pour développer ou factoriser

DÉVELOPPER



Rappel 4 : Les identités remarquables

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$



FACTORISER

Exemples :

$$(2x + 1)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(1) + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$25x^2 - 36 = (5x)^2 - 6^2 = (5x - 6)(5x + 6)$$

Exercice 3 : Développer et réduire les expressions suivantes

$$A = (x + 2)(-3x + 4) - 2(x + 4)(x - 4)$$

$$B = (x + 1)^2 + (5 - 4x)^2$$

$$C = (2x + 3)^2 - (4 - x)(x + 4)$$

$$D = 2(3 - x)^2 + (2 - 3x)2x$$

Exercice 4 : Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 64x^2 - 121$$

$$B = (x - 1)^2 - (4x - 2)^2$$

$$C = x^2 + 4x + 4$$

$$D = 9x^2 - 12x + 4$$

Partie 4 – Résoudre une équation du 1^{er} degré

$\begin{array}{l} -6x \left[\begin{array}{c} 2x - 9 = 6x + 15 \\ 2x - 9 - 6x = 6x + 15 - 6x \end{array} \right] -6x \\ +9 \left[\begin{array}{c} -4x - 9 = 15 \\ -4x - 9 + 9 = 15 + 9 \end{array} \right] +9 \\ \div(-4) \left[\begin{array}{c} -4x = 24 \\ \frac{-4x}{-4} = \frac{24}{-4} \end{array} \right] \div(-4) \\ x = -6. \end{array}$	On regroupe les termes en x dans un membre de l'équation. On regroupe les termes constants dans l'autre membre de l'équation. On divise pour que le coefficient de x soit égal à 1.
--	--

La solution de cette équation est -6 . On peut noter $\mathcal{S} = \{-6\}$.

Exercice 6 : Résoudre les équations suivantes

a) $-2x + 2 = 3x - 6$ b) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = \frac{5}{4}$

Partie 5 – Résoudre une équation produit nul en factorisant

Rappel 5 : Un produit est nul si l'un au moins des facteurs est nul

Exemple : Résoudre l'équation $(3x + 4)(2x - 6) = 0$

$3x + 4 = 0$	ou	$2x - 6 = 0$
$3x = -4$	ou	$2x = 6$
$x = -\frac{4}{3}$	ou	$x = 3$

Exercice 7 : Résoudre les équations suivantes en factorisant pour se ramener à une équation produit nul

- | | |
|---|---|
| 1. $(4x + 6)(3 - 7x) = 0$ | 2. $4x^2 + x = 0$ |
| 3. $x^2 - 25 = 0$ | 4. $(x + 1)(x - 2) + (x + 1)(4x - 3) = 0$ |
| 5. $(4x - 1)(x + 5) - (4x - 1)(2x + 3) = 0$ | 6. $16 - 25x^2 = 0$ |
| 7. $(5x + 2)(-2x + 3) + 4(-2x + 3) - 7x(-2x + 3) = 0$ | |
| 8. $(5x + 7)^2 - (-2x + 5)^2 = 0$ | |

Partie 6 – Résoudre une inéquation du 1^{er} degré

Rappel 7 :

- Si on ajoute (ou retranche) un même nombre aux deux membres d'une inéquation, on conserve le sens de l'inégalité.
- Si on multiplie (ou divise) les deux membres d'une inéquation par un même nombre strictement positif, on conserve le sens de l'inégalité.

Résolution de l'inéquation $-3x + 2 \geq -5x - 6$.

$\begin{array}{l} +5x \left[\begin{array}{c} -3x + 2 \geq -5x - 6 \\ -3x + 2 + 5x \geq -5x - 6 + 5x \end{array} \right] +5x \\ -2 \left[\begin{array}{c} 2x + 2 \geq -6 \\ 2x + 2 - 2 \geq -6 - 2 \end{array} \right] -2 \\ \div 2 \left[\begin{array}{c} 2x \geq -8 \\ x \geq -4 \end{array} \right] \div 2 \end{array}$	On regroupe les termes en x dans un membre de l'inéquation : on ajoute $5x$. On regroupe les termes constants dans l'autre membre de l'inéquation. On "isole" x en divisant par un nombre positif 2 et en conservant le sens de l'inégalité.
--	---

$S = [-4; +\infty[$

Rappel 8 :

- Si on multiplie (ou divise) les deux membres d'une inéquation par un même nombre strictement négatif, on **change le sens de l'inégalité**.

Résolution de l'inéquation $-2x + 1 > 9$.

$\begin{array}{l} -1 \left[\begin{array}{c} -2x + 1 > 9 \\ -2x + 1 - 1 > 9 - 1 \end{array} \right] -1 \\ \div(-2) \left[\begin{array}{c} -2x > 8 \\ x < -4 \end{array} \right] \div(-2) \end{array}$	On regroupe les termes constants dans l'autre membre de l'inéquation en soustrayant 1 à chaque membre. On "isole" x en divisant par un nombre négatif -2 et en changeant le sens de l'inégalité.
--	---

$S =]-\infty; -4[$

Exercice 8 : Résoudre les inéquations suivantes et donner l'intervalle solution

- | | |
|----------------------|-----------------------------|
| a) $-3x + 7 < x + 2$ | b) $-5x - 2 \leq 0$ |
| c) $-x > 9$ | d) $2x - 7 < (3x - 4) - 5x$ |