

SOUTIEN 3 - FACTORISATION, ÉQUATIONS PRODUIT NUL

RÉSOLVRE UNE ÉQUATION PRODUIT NUL

Rappel 1.

Si un produit est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Si $A \times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$

Exemple : résoudre l'équation $(3x + 4)(2x - 6) = 0$.

$$3x + 4 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x - 6 = 0$$

$$3x = -4 \quad \text{ou} \quad 2x = 6$$

$$x = \frac{-4}{3} \quad \text{ou} \quad x = \frac{6}{2} = 3$$

Exercice 1. Résoudre les équations suivantes :

1. $(2x + 4)(-x + 5) = 0$

2. $2x(x + 7) = 0$

3. $(7x - 1)(-2x + 5) = 0$

4. $(4x + 3)(-2x - 5) = 0$

5. $-3x(3x - 7) = 0$

6. $\frac{7}{4}x(-7x + 2) = 0$

FACTORISATION

Rappel 2.

Factoriser une expression, c'est l'écrire sous la forme d'un produit.

Exemple d'expression factorisée :

$$\overbrace{(3x - 7)(2x + 4)}^{1 \text{ terme}}$$

2 Facteurs

Exemples d'expressions non factorisées :

$$\underbrace{(x - 1)(2x + 3)}_{1 \text{ terme}} - \underbrace{4(2x + 3)}_{1 \text{ terme}}$$

1 Facteur 1 Facteur 2 Facteurs

$$\underbrace{5(3x - 1)}_{1 \text{ terme}} + \underbrace{2(3x - 1)}_{1 \text{ terme}}$$

2 Facteurs 2 Facteurs

Exercice 2. Parmi ces expressions, entourer celles qui sont factorisées.

$A = (2x + 1)(1 - x)$ $B = (1 + 3x)(x - 2) + 1$ $C = (2x + 1)^2(1 + x)$

$D = x(x - 2)$ $E = (x + 3) + (1 - 3x)$ $F = (6 + x)^2 - 4(2 + 3x)$

$G = (x - 4) - 3(3 + 2x)$ $H = (8x + 4)(2x + 1)(1 + x)$ $I = (2 + 2)(3 - 4x)$

FACTORISER PAR UN NOMBRE OU UNE INCONNUE

Exercice 3. Déterminer un facteur commun de ces expressions puis factoriser :

$A = 7a + 21$ $B = 14a - 35$ $C = 10x + 5$ $D = 27x - 36$

Exercice 4. Déterminer un facteur commun de ces expressions puis factoriser :

$A = a^2 + a$ $B = 3a^2 - 6a$ $C = 12x^2 - 14x$ $D = 27x^4 - 18x^3 - 15x^2$

FACTORISER À L'AIDE D'UN FACTEUR COMMUN

Rappel 3.

Pour factoriser, on peut parfois déterminer dans l'expression un **facteur commun**.

Exemple :

$$\begin{aligned} A &= (4x - 1)(x + 6) + (4x - 1)(3x - 2) \\ &= \boxed{(4x - 1)}(x + 6) + \boxed{(4x - 1)}(3x - 2) \\ &= (4x - 1)((x + 6) + (3x - 2)) \\ &= (4x - 1)(4x + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 3(2 + 3x) - (5 + 2x)(2 + 3x) \\ &= 3\boxed{(2 + 3x)} - (5 + 2x)\boxed{(2 + 3x)} \\ &= (2 + 3x)(3 - (5 + 2x)) \\ &= (2 + 3x)(3 - 5 - 2x) \\ &= (2 + 3x)(-2x - 2) \end{aligned}$$

Exercice 5. Surligner le facteur commun de ces expressions puis factoriser :

$$A = 5(x+1) + x(x+1)$$

$$B = (x-1)(2x+3) + (x-1)(5x-2)$$

$$C = (2x-5)(4x-3) - (2x-5)(3x-1) \quad D = (3x-4)(2x+3) - (2x-3)(3x-4)$$

$$E = 7(x-7) - x(x-7) + 4(x-7) \quad F = (3x-2)(x-5) + (x-5)^2$$

$$G = 2(3x-1)(x+3) - 3(x+3)(4x+1) \quad H = (x+7)(5x+2) - 3(5x+2)^2$$

FACTORISER AVEC UNE IDENTITÉ REMARQUABLE

Rappel 4.

Pour factoriser, on peut parfois utiliser une identité remarquable.

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

Exemple :

$$A = \frac{x^2}{x^2 - 81} - 81 = x^2 - 9^2 = (x-9)(x+9)$$

(Identité remarquable avec $a = x$ et $b = 9$)

$$B = 9x^2 - 4 = (3x)^2 - 2^2 = (3x-2)(3x+2)$$

(Identité remarquable avec $a = 3x$ et $b = 2$)

Exercice 6.

En utilisant une identité remarquable, factoriser les expressions suivantes :

$$A = x^2 - 16$$

$$B = 16x^2 - 25$$

$$C = 64x^2 - 121$$

$$D = (x-1)^2 - (4x-2)^2$$

$$E = (2x+3)^2 - (1+x)^2$$

$$F = 25 - (2x+3)^2$$

BILAN

Exercice 7.

En utilisant les méthodes précédentes, factoriser puis résoudre les équations suivantes :

$$1. (4x+6)(3-7x) = 0$$

$$2. 4x^2 + x = 0$$

$$3. x^2 - 25 = 0$$

$$4. (x+1)(x-2) + (x+1)(4x-3) = 0$$

$$5. (4x-1)(x+5) - (4x-1)(2x+3) = 0$$

$$6. 16 - 25x^2 = 0$$

$$7. (5x+2)(-2x+3) + 4(-2x+3) - 7x(-2x+3) = 0$$

$$8. (5x+7)^2 - (-2x+5)^2 = 0$$