

SOUTIEN 2 – Développement et équations du 1^{er} degré

Partie 1 - DEVELOPPEMENT

Développer, c'est transformer un produit en somme.

Rappel 1 - Distributivité simple

$$k(a + b) = ka + kb$$

De la même manière, on a :

$$k(a - b) = ka - kb \quad (a + b)k = ak + bk \quad (a - b)k = ak - bk$$

Attention : $-(a + b) = -a - b$, ce développement revient à multiplier la parenthèse par -1 .

Exemples : Développer les expressions suivantes

$$A = -5(x - 4)$$

Il faut « régler » le problème des signes avant de calculer les produits :

$-5 \times x$ le résultat est négatif donc on écrit $-5x$

Et $-5 \times (-4)$ le résultat est positif donc on écrit $+5 \times 4$

$$A = -5(x - 4) = -5x + 5 \times 4 = 5x + 20$$

$$B = -3x(-2x + 3)$$

Il faut « régler » le problème des signes avant de calculer les produits :

$-3x \times (-2x)$ le résultat est positif donc on écrit $3x \times 2x$

Et -3×3 le résultat est positif donc on écrit -3×3

$$B = -3x(-2x + 3) = 3x \times 2x - 3x \times 3 = 6x^2 - 9x$$

Exercice 1 : Développer et réduire les expressions suivantes

$$A = -(3 - 2x) \quad B = 3(4 - 6x)$$

$$C = -2x(5x + 7) \quad D = 8x(x - 3) - (4 - 3x)$$

Rappel 2 : Double distributivité

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Attention, il faut être très rigoureux sur le signe de chaque produit.

Exemple : Développer l'expression suivante

$$A = (-5 + 2x)(x - 4)$$

Il faut « régler » le problème des signes avant de calculer les produits :

$-5 \times x$ le résultat est négatif donc on écrit $-5x$

Et $-5 \times (-4)$ le résultat est positif donc on écrit $+5 \times 4$

$$A = (-5 + 2x)(x - 4) = -5x + 5 \times 4 + 2x \times x - 2x \times 4$$

De même $2x \times x$ le résultat est positif donc on écrit $+2x \times x$

Et $2x \times (-4)$ le résultat est négatif donc on écrit $-2x \times 4$

$$A = -5x + 20 + 2x^2 - 8x = 2x^2 - 13x + 20$$

On effectue les produits puis on réduit l'expression en ajoutant les termes semblables.

Exercice 2 : Développer et réduire les expressions suivantes

$$A = (x + 3)(y + 2) \quad B = (3 - 2x)(4 - x)$$

$$C = (1 - 3x)(-2x + 3) \quad D = 2x(1 - x) - (x - 3)(3x + 2)$$

Remarque : On peut aussi associer la distributivité simple et la double distributivité, il faut alors procéder par étape et ne surtout pas tout faire en même temps !

Exemple : Développer l'expression suivante

$$A = -2(x - 3)(-2 + 2x) = -2(-x \times 2 + x \times 2x + 3 \times 2 - 3 \times 2x)$$

On effectue d'abord le double développement en écrivant le résultat entre parenthèses.

$$A = -2(-2x + 2x^2 + 6 - 6x) = 2 \times 2x - 2 \times 2x^2 - 2 \times 6 + 2 \times 6x$$

On effectue les produits

Puis le développement simple

$$A = 4x - 4x^2 - 12 + 12x$$

$$A = -4x^2 + 16x - 12$$

Exercice 3 : Développer et réduire les expressions suivantes

$$A = 2(3 + x)(3 - x) \quad B = -3(2x + 1)(-2 + x)$$

$$C = (2 - 3x)(5 - 2x) - 4(3x - 1)(x + 2)$$

Rappel 3 : Identité remarquable

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Exemple : Développer l'expression suivante

$$A = (2x - 1)(2x + 1)$$

On identifie : $a = 2x$ et $b = 1$ et on applique l'identité remarquable :

$$A = (2x - 1)(2x + 1) = (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1.$$

Exercice 4 : Développer et réduire les expressions suivantes

$$A = (x - 3)(x + 3) \quad B = (4 - x)(x + 4)$$

$$C = 2(x + 3) + (2x + 3)(2x - 3)$$

Exercice 5 (bilan) : Développer et réduire les expressions suivantes

$$A = 2x(x - 3) + (4x - 3)(4x + 3)$$

$$B = (x + 2)(-3x + 4) - 2(x + 4)(x - 4)$$

$$C = (x + 1)^2$$

$$D = (2x + 3)^2 - (4 - x)(x + 4)$$

$$E = 2(3 - x)^2 + (2 - 3x)2x$$

Partie 2 – EQUATIONS DU 1^{ER} DEGRE

Résoudre une équation c'est déterminer toutes les valeurs possibles de l'inconnue qui rendent l'égalité vraie. Pour résoudre une équation du 1^{er} degré (c'est-à-dire sans x^2), on peut utiliser les techniques du développement.

Exemple : Résoudre les équations suivantes

$$3x + 2 = 8$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2 - 2 = 8 - 2$$

$$\Leftrightarrow 3x = 6$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

La solution de l'équation est 2

Notation : $S = \{2\}$

$$3(x + 4) = -(x + 5) + 2$$

$$\Leftrightarrow 3x + 12 = -x - 5 + 2 \quad \text{on développe}$$

$$\Leftrightarrow 3x + x + 12 = -x + x - 5 + 2$$

$$\Leftrightarrow 4x + 12 - 12 = -3 - 12$$

$$\Leftrightarrow 4x = -15$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{-15}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-15}{4}$$

La solution de l'équation est $\frac{-15}{4}$

Notation : $S = \left\{ \frac{-15}{4} \right\}$

Exercice 6 : Résoudre les équations suivantes

a) $3x = 9$

b) $2x + 3 = 4$

c) $-2x + 4 = 3$

d) $-2x + 2 = 3x - 6$

e) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = \frac{5}{4}$

f) $3(x - 5) + (8x + 2) = 7x - 9$

g) $2(x - 3) - (x + 5) = 4$

h) $3(x + 1) - 2(3x + 3) = 0$