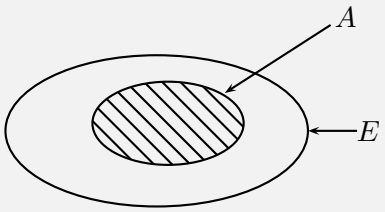
Chapitre 1 : Proportions

1. Proportions

Propriété 1.

Soit E un ensemble fini et A une partie de l'ensemble E.
n_E est le nombre d'éléments de E et n_A le nombre d'éléments de A.
La proportion de A dans E est la nombre égal à :

$$p = \frac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de } E} = \frac{n_A}{n_E}$$



Remarque 1.

- p est un nombre compris entre 0 et 1.
- p peut s'écrire sous la forme d'une fraction simplifiée $\left(\frac{3}{10}\right)$, d'un nombre décimal $(0,3)$ ou d'un pourcentage (30%).
- Pour obtenir le pourcentage, on multiplie la valeur décimale par 100 sans oublier de mettre le %.

Exemple 1.

① Une classe de 30 élèves contient 21 filles.
Quelle est la proportion de filles dans cette classe ?
Exprimer ensuite ce résultat sous forme de pourcentage.

② Sur 150 candidats à un examen, 115 ont été admis. Quel est le pourcentage d'élèves admis ?
Arrondir le résultat à $0,1\%$ près.

③ M. Durand et M. Dupont se présentent à une élection. Un sondage réalisé auprès de 1500 personnes donne pour résultat 705 personnes favorables à M. Durand.
Quel taux de popularité peut-on en déduire pour M. Durand ?

① $\frac{21}{30} = 0,7$

La proportion de filles dans la classe est de $0,7$.

$\frac{21}{30} \times 100 = 70$

Dans cette classe, 70% des élèves sont des filles.

② $\frac{115}{150} \times 100 \approx 76,7$

Environ $76,7\%$ des élèves ont été admis.

③ $\frac{705}{1500} \times 100 = 47$

Le pourcentage de personnes favorables à M. Durand est de 47%.

2. Pourcentages

Propriété 2.

Calculer $t\%$ d'un nombre N, c'est multiplier N par $\dfrac{t}{100}$.

Exemple 2.

① Dans une classe de 30 élèves, 70% sont demi-pensionnaires.
Quel est le nombre d'élèves demi-pensionnaires ?

② En 2020, la population active en France est estimée à 29,5 millions de personnes.
Le pourcentage du nombre de chômeurs représente environ 7,8% de la population active.
Quel est le nombre de personnes au chômage en 2020 ?

① $30 \times \dfrac{70}{100} = 21$
21 élèves sont demi-pensionnaires.

② $29,5 \times \dfrac{7,8}{100} = 2,301$
Le nombre de personnes au chômage en 2020 est estimé à $2\,301\,000$ personnes.

Exemple 3.

Dans une entreprise qui compte 360 employés, on compte 60% d'hommes et parmi ceux-là, $12,5\%$ sont des cadres. Par ailleurs, 75% des femmes de cette entreprise sont ouvrières.

① Compléter le tableau suivant :
$360 \times \dfrac{60}{100} = 216$ $\quad$ $216 \times \dfrac{12,5}{100} = 27$ $\quad$ $144 \times \dfrac{75}{100} = 108$

	Cadres	Ouvriers	Total
Hommes	27	189	216
Femmes	36	108	144
Total	63	297	360

② À l'aide de ce tableau, déterminer :

— la proportion de cadres

— la proportion d'hommes cadres

— la proportion d'hommes parmi les cadres

— la proportion d'employés hommes ou cadres
(ce sont les employés qui sont des hommes, des cadres ou bien les deux en même temps)

$\dfrac{63}{360} \times 100 = 17,5$ $\quad$ Il y a $17,5\%$ de cadres dans cette entreprise.

$\dfrac{27}{360} \times 100 = 7,5$ $\quad$ Il y a $7,5\%$ d'hommes cadres dans cette entreprise.

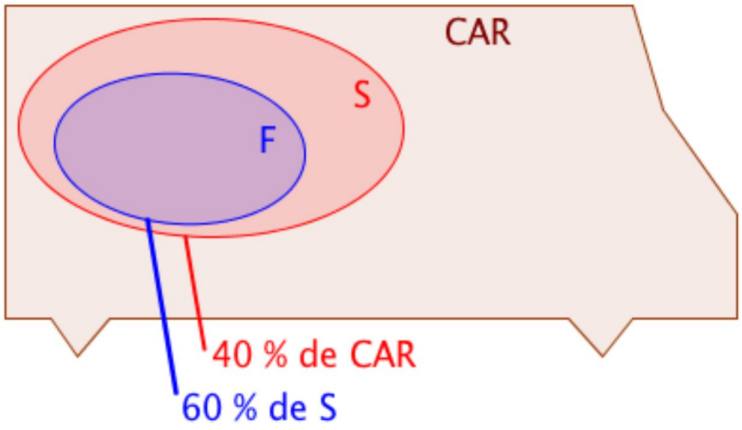
$\dfrac{27}{63} \times 100 \approx 42,86$ $\quad$ Parmi les cadres, il y a environ $42,86\%$ d'hommes.

$\dfrac{216 + 63 - 27}{360} \times 100 = 80$ $\quad$ Il y a 70% d'employés hommes ou cadres dans cette entreprise.

⚠ Il ne faut pas oublier le -27 car on a compté deux fois les hommes cadres.

3. Proportions échelonnées

Exemple 4.
Dans un CAR, il y a 40% de scolaires. Et parmi les scolaires, 60% sont des filles.

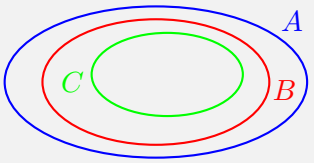


L'ensemble F est inclus dans l'ensemble S et on a : $p_F = 60$ % de S.
L'ensemble S est inclus dans l'ensemble CAR et on a : $p_S = 40$ % de CAR.

La proportion de scolaires filles dans le CAR est donc égale à :
60 % de 40 % $= 60$ % $\times$ 40 % $= 0,6 \times 0,4 = 0,24 = 24$ %.

Propriété 3.

$A \subset B$ et $B \subset C$.
p_1 est la proportion de A dans B.
p_2 est la proportion de B dans C.
Alors $p = p_1 \times p_2$ est la proportion de A dans C.



Exemple 5.

① En 2019, les baccalauréats technologiques représentent 24% des baccalauréats, et la section STMG représente 38% des baccalauréats technologiques.
Quel pourcentage de l'ensemble des baccalauréats représente la section STMG ?

② Dans une armoire contenant des pantalons et des jupes, il y a 70% de pantalons. 50% des pantalons sont rouges.
Quelle est la proportion des pantalons rouges dans l'armoire ?

① Soit A l'ensemble des baccalauréats de la section STMG.
Soit B l'ensemble des baccalauréats de la série technologique.
Soit E l'ensemble des baccalauréats.
On a bien $A \subset B$ et $B \subset E$.

La proportion de A dans B est de 38 %.
La proportion de B dans E est de 24 %.
La proportion de A dans E est donc égale à :
38 % $\times$ 24 % $= 0,38 \times 0,24 = 0,0912 = 9,12$ %
En 2019, la proportion de baccalauréats de la section STMG dans l'ensemble des baccalauréats est de $9,12$%.

② Soit A l'ensemble des pantalons rouges.
Soit B l'ensemble des pantalons.
Soit E l'ensemble des vêtements.
On a bien $A \subset B$ et $B \subset E$.

La proportion de A dans B est de 50 %.
La proportion de B dans E est de 70 %.
La proportion de A dans E est donc égale à :
50 % $\times$ 70 % $= 0,50 \times 0,70 = 0,35 = 35$ %
La proportion de pantalons rouges dans l'armoire est de 35%.