

Exercices du chapitre 5 : Probabilités conditionnelles

EXERCICE 1 :

Une maladie atteint 3% d'une population de 30 000 habitants.
On soumet cette population à un test. Parmi les bien portants, 2% ont un test positif.
Parmi les personnes malades, 49 ont un test négatif.

1. Avec toutes les informations de l'énoncé, compléter le tableau suivant :

	Malades	Bien portants	Total
Test positif			
Test négatif			
Total			

Dans les questions suivantes, les résultats sont à arrondir à 10^{-4} près.

2. On choisit, au hasard, une personne de cette population.

On considère les événements :

— T : « Le test est positif pour la personne choisie »

— M : « La personne choisie est malade »

(a) Traduire par une phrase chacun des événements suivants : $\bar{T}$, $T \cap M$, $\bar{T} \cap M$.

(b) Calculer la probabilité de chacun de ces événements.

(c) Calculer la probabilité que la personne choisie soit malade ou ait un test positif.

(d) Calculer les probabilités $P_T(M)$ et $P_M(T)$ et les interpréter par une phrase.

(e) Calculer la probabilité qu'une personne soit malade sachant qu'elle a eu un test négatif.
Écrire cette probabilité avec la nouvelle notation.

EXERCICE 2 :

Lors d'un marathon inter-entreprises, 200 participants ont été contrôlés.

Parmi eux, 20 ont eu un résultat « positif » au test anti-dopage.

A la suite d'un examen plus poussé, on se rend compte que 5 coureurs parmi les 20 testés positifs n'avaient pris aucun produit dopant et 2 coureurs parmi les tests négatifs avaient pris des produits dopants.

1. Compléter le tableau de répartition des coureurs :

	Coureur dopé	Coureur non dopé	Total
Testé positif			
Testé négatif			
Total			

2. On choisit un coureur au hasard parmi les 200 marathoniens.

On considère les événements :

— D : « Le coureur choisi s'est dopé »

— N : « Le coureur choisi est négatif »

(a) Quelle est la probabilité qu'un coureur soit testé positif ?

(b) Calculer la probabilité $P(\bar{D})$.

(c) Exprimer par une phrase chacun des événements $D \cap \bar{N}$ et $\bar{D} \cap N$.

(d) Calculer la sensibilité $P_D(\bar{N})$ et la spécificité $P_{\bar{D}}(N)$ de ce test.

(e) Calculer $P(D \cap \bar{N}) + P(\bar{D} \cap N)$ appelé efficacité du test.

EXERCICE 3 :

Un club de vacances est constitué de 300 adhérents qui pratiquent chacun une activité et une seule parmi les trois activités suivantes : la natation, l'escalade ou le VTT.

■ 35% des adhérents sont des filles.

■ 30% des adhérents pratiquent le VTT.

■ 10% des adhérents pratiquent l'escalade et, parmi eux, 60% sont des garçons.

■ Il y a deux fois plus de garçons que de filles qui pratiquent le VTT.

1. Compléter le tableau suivant :

	Natation	Escalade	VTT	Total
Fille				
Garçon				
Total				

2. On choisit un adhérent au hasard et on considère les événements suivants :

— N : « L'adhérent pratique la natation »

— E : « L'adhérent pratique l'escalade »

— V : « L'adhérent pratique le VTT »

— F : « L'adhérent est une fille »

(a) Calculer la probabilité $P(V)$.

(b) Quelle est la probabilité que l'adhérent choisi soit un garçon ?

(c) Déterminer la probabilité que l'adhérent choisi soit une fille qui pratique le VTT.

(d) Calculer la probabilité que l'adhérent choisi soit un garçon ou qu'il pratique l'escalade.

(e) Calculer la probabilité $P_F(E)$.

(f) Déterminer la probabilité que l'adhérent soit un garçon sachant qu'il pratique la natation.