

1. SUITES ARITHMÉTIQUES

1. 1. DÉFINITION

Exemple 1.

Décidé à vivre de sa passion, c'est-à-dire bavarder, Clarence lance son compte Instagram « Radio Clarence ». Avec 400 abonnés au départ, Clarence arrive maintenant à gagner 140 nouveaux abonnés chaque mois.

- Son nombre d'abonnés au bout d'un mois sera donc égal à $400 + 140 = 540$.
- Son nombre d'abonnés au bout de deux mois sera donc égal à $540 + 140 = 680$.
- Son nombre d'abonnés au bout de trois mois sera donc égal à $680 + 140 = 820$.

Soit u_0 le nombre d'abonnés au départ. On a alors $u_0 = 400$.

- u_1 est le nombre d'abonnés au bout d'un mois : $u_1 = u_0 + 140 = 540$.
- u_2 est le nombre d'abonnés au bout de deux mois : $u_2 = u_1 + 140 = 680$.
- De manière générale, u_n est le nombre d'abonnés au bout de n mois.

$$u_{n+1} = u_n + 140$$

Définition 1.

Soit r un nombre réel. On appelle **suite arithmétique** de **raison** r toute suite définie par son premier terme u_0 et pour tout entier naturel n par la relation :

$$u_{n+1} = u_n + r$$

On a donc le schéma :

$$u_0 \xrightarrow{+r} u_1 \xrightarrow{+r} u_2 \xrightarrow{+r} \dots \xrightarrow{+r} u_n$$

Exemple 2.

- ① Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = -2$.
Donner les cinq premiers termes de cette suite.

$$u_0 = 5$$

$$u_1 = u_0 - 2 = 5 - 2 = 3$$

$$u_2 = u_1 - 2 = 3 - 2 = 1$$

$$u_3 = u_2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$u_4 = u_3 - 2 = -1 - 2 = -3$$

$$u_{15} = u_0 + 15 \times r = 5 + 15 \times (-2) = -25$$

- ② Soit (v_n) la suite définie sur \mathbb{N} par $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = v_n + 3$.
Donner les cinq premiers termes de cette suite.

$$v_0 = 1$$

$$v_1 = v_0 + 3 = 1 + 3 = 4$$

$$v_2 = v_1 + 3 = 4 + 3 = 7$$

$$v_3 = v_2 + 3 = 7 + 3 = 10$$

$$v_4 = v_3 + 3 = 10 + 3 = 13$$

$$v_{15} = v_0 + 15 \times r = 1 + 15 \times 3 = 46$$

Propriété 1.

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 .
Pour tout entier naturel n , on a :

$$u_n = u_0 + nr$$

1. 2. REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

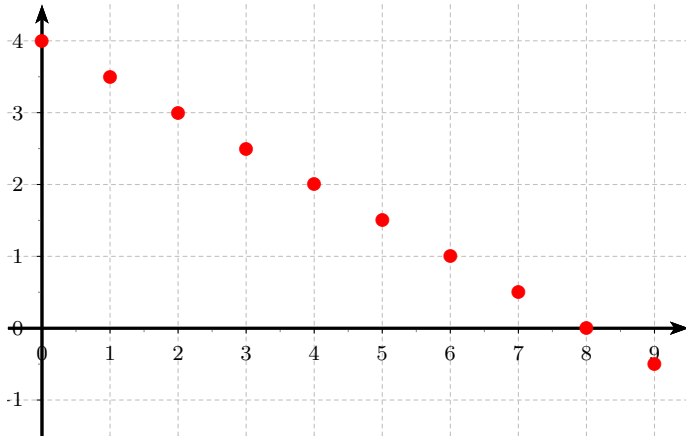
Propriété 2.

Les points de la représentation graphique d'une suite arithmétique sont alignés.

Exemple 3.

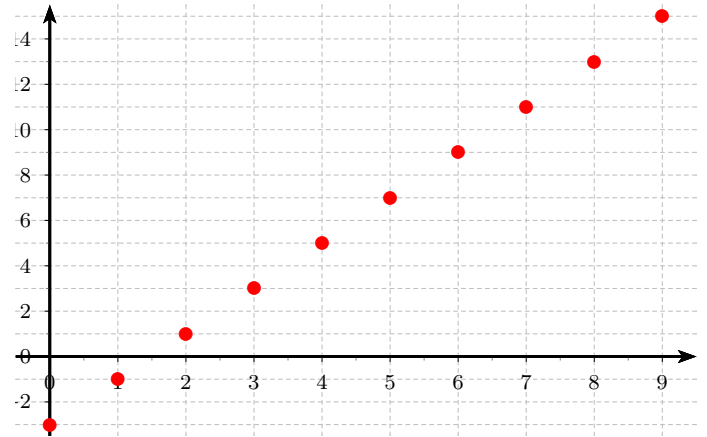
Représenter graphiquement la suite définie sur \mathbb{N} par

$$u_0 = 4 \text{ et } u_{n+1} = u_n - 0,5$$



Représenter graphiquement la suite définie sur \mathbb{N} par

$$u_0 = -3 \text{ et } u_{n+1} = u_n + 2$$



1. 3. SENS DE VARIATION DES SUITES ARITHMÉTIQUES

Propriété 3.

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r .

- Si $r > 0$, alors la suite (u_n) est croissante.
- Si $r < 0$, alors la suite (u_n) est décroissante.
- Si $r = 0$, alors la suite (u_n) est constante.

2. SUITES GÉOMÉTRIQUES

2. 1. RAPPELS SUR LES COEFFICIENTS MULTIPLICATEURS

Propriété 4.

- Augmenter une valeur de $t\%$, c'est la multiplier par $1 + \frac{t}{100}$.
- Diminuer une valeur de $t\%$, c'est la multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.

2. 2. DÉFINITION

Exemple 4.

Une voiture achetée neuve coûtait 20 000€ en 2008.
Depuis, elle perd 20% de sa valeur chaque année.

Diminuer une valeur de 20%, c'est la multiplier par $1 - \frac{20}{100} = 0,8$.

- Au bout d'un an, la voiture coûte alors $20000 \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 20000 \times 0,8 = 16000$.
- Au bout de deux ans, la voiture coûte alors $16000 \times 0,8 = 12800$.
- Au bout de trois ans, la voiture coûte alors $12800 \times 0,8 = 10240$.

Soit u_0 le prix de la voiture en 2008. On a alors $u_0 = 20000$.

- u_1 est le prix de la voiture en 2009 : $u_1 = u_0 \times 0,8 = 20000 \times 0,8 = 16000$
- u_2 est le prix de la voiture en 2010 : $u_2 = u_1 \times 0,8 = 16000 \times 0,8 = 12800$
- De manière générale, u_n est le prix de la voiture en 2008+n.

$$u_{n+1} = u_n \times 0,8$$

Définition 2.

Soit q un nombre réel. On appelle **suite géométrique** de **raison** q toute suite définie par son premier terme u_0 et pour tout entier naturel n par la relation :

$$u_{n+1} = u_n \times q$$

On a donc le schéma :

$$u_0 \xrightarrow{\times q} u_1 \xrightarrow{\times q} u_2 \xrightarrow{\times q} \dots \xrightarrow{\times q} u_n$$

Exemple 5.

- ① Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme $u_0 = 20$ et de raison $q = 0,4$.
Donner les cinq premiers termes de cette suite.

$$u_0 = 20$$

$$u_1 = u_0 \times 0,4 = 20 \times 0,4 = 8$$

$$u_2 = u_1 \times 0,4 = 8 \times 0,4 = 3,2$$

$$u_3 = u_2 \times 0,4 = 3,2 \times 0,4 = 1,28$$

$$u_4 = u_3 \times 0,4 = 1,28 \times 0,4 = 0,512$$

$$u_{15} = u_0 \times q^{15} = 20 \times 0,4^{15} \approx 0,00002$$

- ② On place un capital de 500€ sur un compte dont les intérêts annuels s'élèvent à 4%.
On note u_n la valeur du capital après n années.
Donner les quatre premiers termes de cette suite.

Augmenter une valeur de 4%, c'est la multiplier par $1 + \frac{4}{100} = 1,04$.

$$u_0 = 500$$

$$u_1 = u_0 \times 1,04 = 500 \times 1,04 = 520$$

$$u_2 = u_1 \times 1,04 = 520 \times 1,04 = 540,8$$

$$u_3 = u_2 \times 1,04 = 540,8 \times 1,04 = 562,432$$

$$u_{15} = u_0 \times q^{15} = 500 \times 1,04^{15} \approx 900$$

Propriété 5.

Soit (u_n) une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 .
Pour tout entier naturel n , on a :

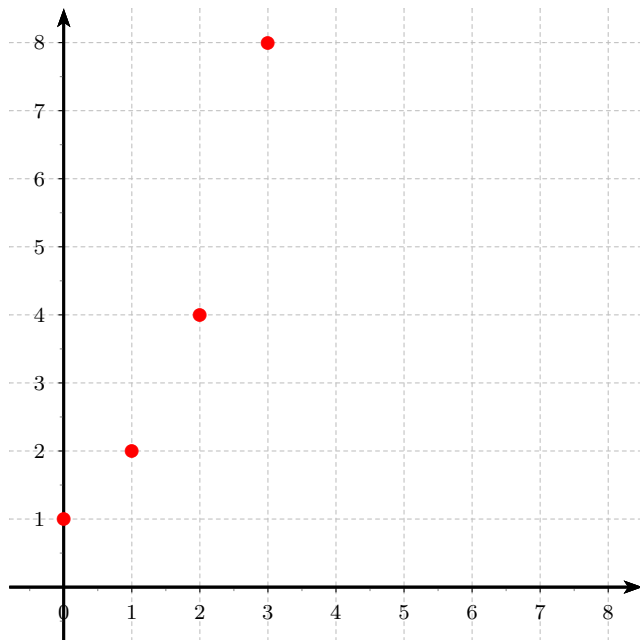
$$u_n = u_0 \times q^n$$

2. 3. REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

Exemple 6.

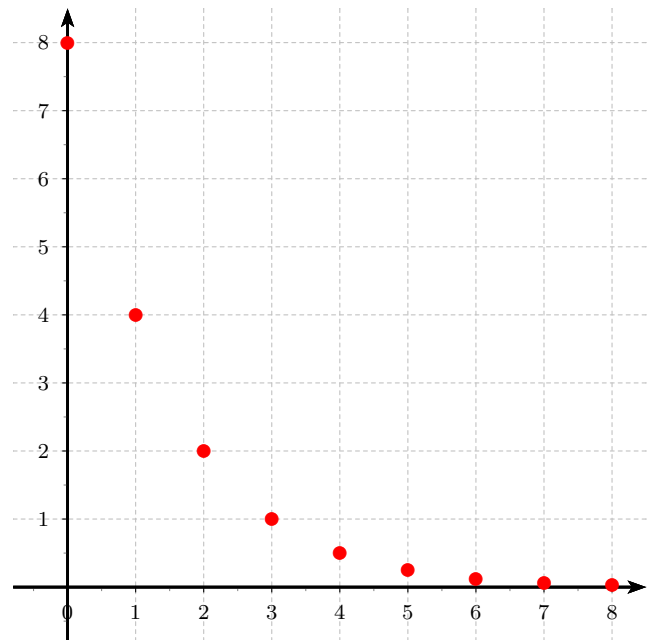
Représenter graphiquement la suite définie sur \mathbb{N} par

$$u_0 = 1 \text{ et } u_{n+1} = u_n \times 2$$



Représenter graphiquement la suite définie sur \mathbb{N} par

$$u_0 = 8 \text{ et } u_{n+1} = u_n \times \frac{1}{2}$$



2. 4. SENS DE VARIATION DES SUITES GÉOMÉTRIQUES

Propriété 6.

Soit (u_n) une suite géométrique de raison q et de premier terme $u_0 > 0$.

- Si $q > 1$, alors la suite (u_n) est croissante.
- Si $q = 1$, alors la suite (u_n) est constante.
- Si $0 < q < 1$, alors la suite (u_n) est décroissante.