Chapitre 3 : Suites numériques

1. Généralités sur les suites

Définition 1.

Une suite numérique u est une fonction définie sur $\mathbb{N}$, à valeurs dans $\mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} u\ :\ & \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R} \\ & n \longmapsto u(n) \text{ ou } u_n \end{aligned}$$

On note cette suite (u_n) ou plus simplement u.

Remarque 1.

- Une suite est une liste de nombre qui se poursuit :
- Les éléments de cette suite sont appelés les **termes**.
- Le numéro de chaque terme est appelé son **rang** ou son **indice**.
- $u_{1,5}$ et u_{-2} n'existent pas ! En revanche, $u_0 = -2,5$ est tout à fait possible.
- Par rapport au terme $u(n)$, le terme suivant est $u(n+1)$ et le terme précédent est $u(n-1)$.

Exemple 1.
On considère la suite de Fibonacci :

$$u = (\,1\,;\,1\,;\,2\,;\,3\,;\,5\,;\,8\,;\,13\,;\,21\,;\,34\,;\,55\,;\,89\,;\,\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots\,)$$

① Compléter les deux termes manquants et expliquer comment on obtient les termes suivants.

② Déterminer le premier terme, le terme de rang 4, $u(7)$, u_{10}, le rang du terme 233.

2. Modes de génération d'une suite

Définition 2.

Une suite est définie de façon **explicite** lorsqu'on dispose d'une formule du type $u_n = f(n)$ qui permet de calculer le terme u_n à l'aide d'une formule en fonction de n.

Exemple 2.
Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 2n^2 + 1$.
Les premiers termes de cette suite sont donc :

Exemple 3.
Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = 3n - 4$.
Les premiers termes de cette suite sont donc :

Définition 3.

Une suite est définie par **récurrence** lorsqu'on dispose du premier terme et d'une formule du type $u_{n+1} = f\left(u_n\right)$ permettant de calculer chaque terme de la suite à partir du terme précédent.

Exemple 4.

Soit (w_n) la suite définie par $\left\{\begin{array}{rcl} w_0 & = & 5 \\ w_{n+1} & = & 2w_n - 3 \end{array}\right.$

3. Représentation graphique

Définition 4.

Pour représenter graphiquement une suite u dans un repère, on place :

— Les « indices » n sur l'axe des abscisses.

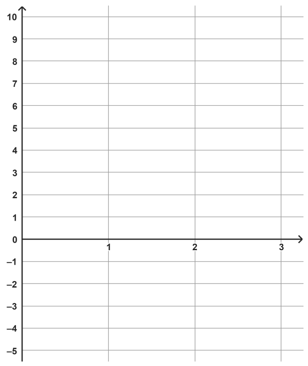
— Les « termes » u_n sur l'axe des ordonnées.

— Les points de coordonnées $(n; u_n)$ dans le repère.

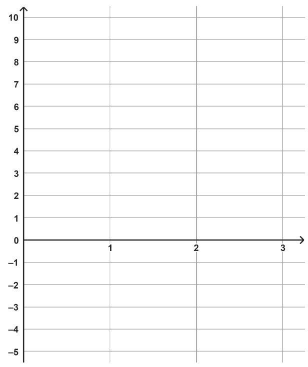
Remarque 2.
La représentation graphique d'une fonction est une **courbe** alors que celle d'une suite est un **nuage de points**.

Exemple 5.
Représenter graphiquement la suite u définie par $u(n) = n^2 + 2n - 5$.

Fonction $f(x) = x^2 + 2x - 5$



Suite $u_n = n^2 + 2n - 5$



Calcul des premiers termes

4. Calcul des termes à l'aide d'un algorithme

Il est possible de générer les termes d'une suite à l'aide d'un algorithme qu'il sera alors possible d'exécuter grâce au langage Python, d'un tableur ou bien d'une calculatrice.

Exemple 6.
Écrire un algorithme qui calcule et affiche les 100 premiers termes de la suite (u_n) de l'exemple 2.

Tableur

	A	B
1	rang n	terme u(n)
2	0	1
3	1	3
4	2	9
5	3	19
6	4	33
7	...	...

Python

```
for n in range(0,100):
    u=2*n**2+1
    print(u)
```

Exemple 7.
Écrire un algorithme qui calcule et affiche les 100 premiers termes de la suite (w_n) de l'exemple 4.

Tableur

	A	B
1	rang n	terme w(n)
2	0	5
3	1	7
4	2	11
5	3	19
6	4	35
7	...	...

Python

```
w=5
print(w)
for n in range(1,100):
    w=2*w-3
    print(w)
```