Chapitre 2 : Généralités sur les fonctions

1. Vocabulaire des fonctions

1. 1. Définitions

Définition 1.

Une **fonction** est un procédé qui à un nombre x associe **un unique** nombre y.

— x s'appelle la **variable**.

— y s'appelle l'**image** de x par la fonction f et se note $f(x)$.

— x est **un antécédent** de y par la fonction f.

— f est la **fonction** et on note $f : x \mapsto y$ ou encore $y = f(x)$.

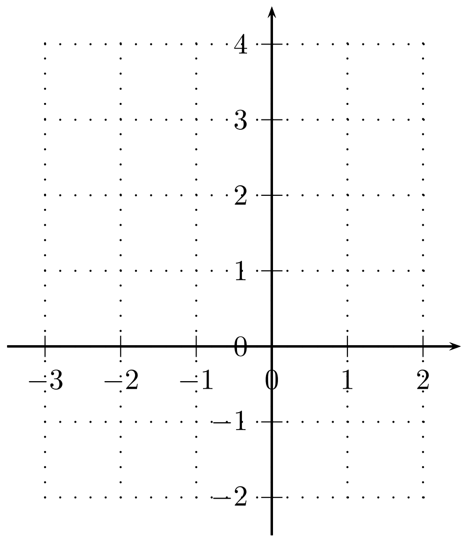
Exemple 1.

Exemple 2.

Remarque 1.
• Un nombre possède une unique image.
• Cependant, un nombre peut posséder plusieurs antécédents.

1. 2. Courbe représentative

Exemple 3.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + x - 2$.
Tracer la courbe représentative de la fonction f.



2. Exemple : Étude d'un bénéfice

Une entreprise produit et vend des stylos.
Pour l'entreprise, la production quotidienne de stylos engendre un coût total, noté $C(x)$ composé de coûts fixes (salaires et matériaux) et d'un coût variable proportionnel au nombre x de stylos vendus.
Chaque stylo est vendu 2,50€. La recette correspondante est notée $R(x)$.
Le bénéfice, noté $B(x)$ est la différence entre la recette et le coût total.

① Donner l'expression de la recette en fonction de x.

② (a) Le coût total est donné par la formule $C(x) = 1,25x + 180$.
Quels sont les coûts fixes ?

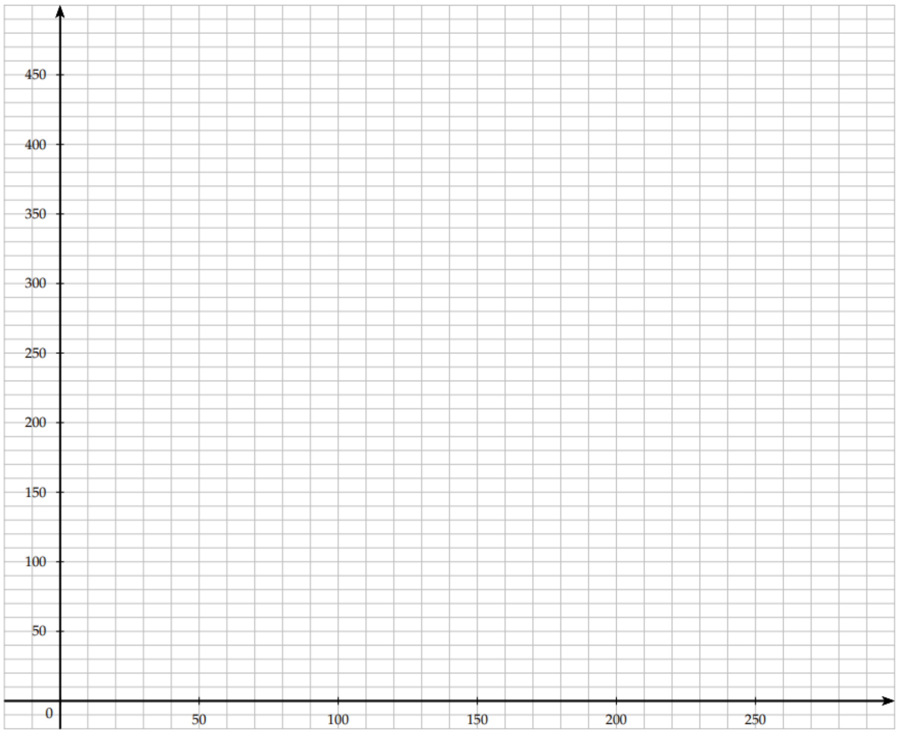
(b) Exprimer le bénéfice en fonction de x.

③ Calculer $R(200)$, $C(200)$ et $B(200)$. Que peut-on en déduire ?

④ Combien de stylos doit fabriquer l'entreprise pour le coût total s'élève à 600€ ?

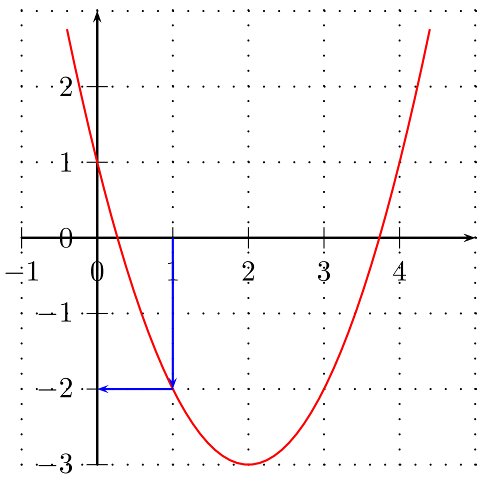
⑤ Représenter les fonctions C et R dans le repère ci-dessous.

⑥ Déterminer par lecture graphique le nombre minimum de stylos à produire et vendre pour que l'entreprise commence à faire des bénéfices. Retrouver ce nombre par le calcul.



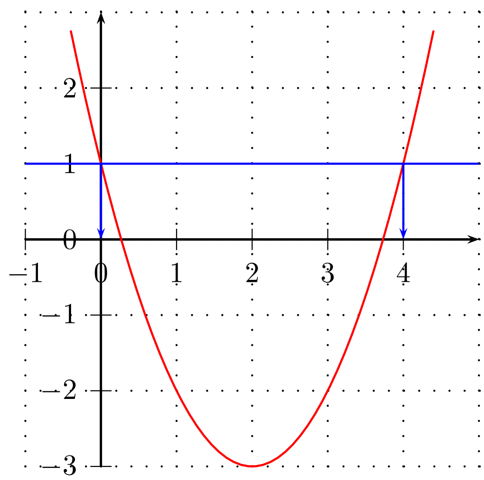
Méthode pour lire une image ou un antécédent à partir d'une courbe :

Lire l'image d'un nombre :



on place x sur l'axe des abscisses
on se déplace verticalement pour rencontrer $\mathscr{C}_f$
on lit $f(x)$ sur l'axe des ordonnées

Trouver l'(les)antécédent(s) d'un nombre



on trace une horizontale passant par cette valeur
à partir des points d'intersection, on se déplace verticalement vers l'axe des abscisses pour lire les antécédents

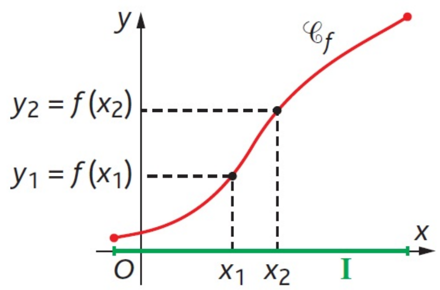
3. Étude qualitative d'une fonction

Définition 2.

La fonction f est **croissante sur l'intervalle I** lorsque, pour tous réels x_1 et x_2 de I :

$$\text{Si } x_1 \leq x_2, \text{ alors } f(x_1) \leq f(x_2)$$

On dit que la fonction « f **conserve l'ordre** ».

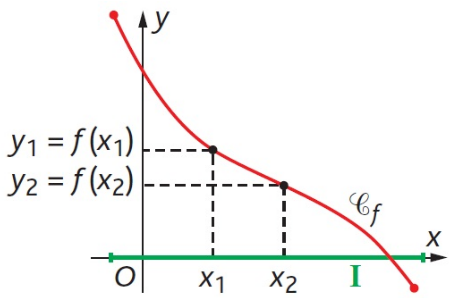


Définition 3.

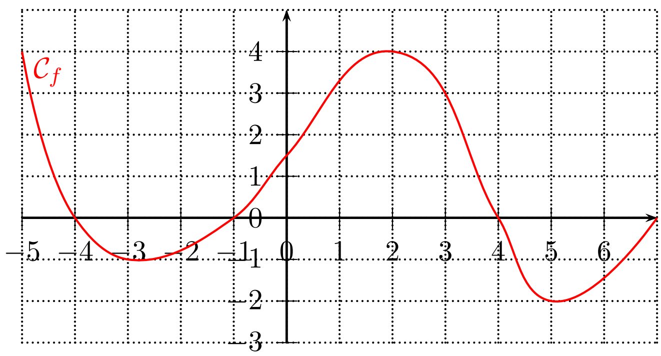
La fonction f est **décroissante sur l'intervalle I** lorsque, pour tous réels x_1 et x_2 de I :

$$\text{Si } x_1 \leq x_2, \text{ alors } f(x_1) \geq f(x_2)$$

On dit que la fonction « f **change l'ordre** ».



Donner les variations d'une fonction signifie préciser sur quels intervalles la fonction est croissante, puis sur quels intervalles la fonction est décroissante.



3. 1. Tableau de variations

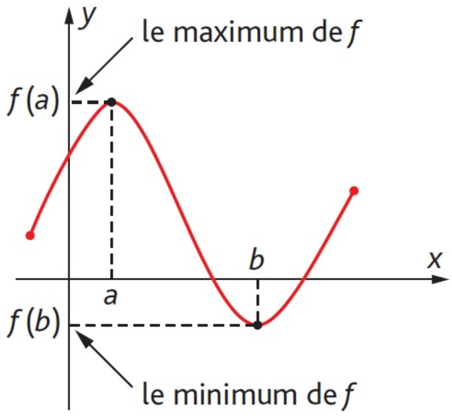
Le **tableau de variations** d'une fonction est un tableau synthétique regroupant les informations concernant les variations de la fonction.

Exemple 4.

3. 2. Extremum

Définition 4.

- **Le maximum d'une fonction** f sur un intervalle I est la plus grande valeur possible des images, atteinte pour un réel a de I. Ainsi, pour tout réel x de I, on a : $f(x) \leq f(a)$
- **Le minimum d'une fonction** f sur un intervalle I est la plus petite valeur possible des images, atteinte pour un réel b de I. Ainsi, pour tout réel x de I, on a : $f(x) \geq f(b)$



Exemple 5.

3. 3. Tableau de signes

On réunit au sein d'un tableau appelé **tableau de signes** les informations concernant le signe de la fonction f, c'est à dire la position de sa courbe représentative par rapport à l'axe des abscisses.

Exemple 6.