

# BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE 1<sup>ère</sup> STMG

Session Avril 2026

## MATHÉMATIQUES

---

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 heures

**L'utilisation de la calculatrice n'est pas autorisé.  
Le sujet doit être rendu avec la copie.**

---

*Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.*

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*

*Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

---

**Exercice 1 - Automatismes (6 points)**

Pour chaque question, entourer la seule bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse fautive, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Sujet A	Sujet B	Sujet C	Sujet D
1. (b) 12%	1. (b) $B < C < A$	1. (d)	1. (b) $u_2 = 11$
2. (a) 1,25 heure	2. (d) $[-3; 0]$	2. (b)	2. (a) 12
3. (d) a diminué	3. (c) $-1$	3. (a) 5	3. (b) 16%
4. (c) $B < A < C$	4. (b)	4. (a) $u_2 = 13$	4. (d) 18%
5. (b) $[-3; 0]$	5. (a)	5. (c) 6	5. (c) 2,5 heures
6. (d) 2	6. (c) 1	6. (d) 28%	6. (b) a diminué
7. (a)	7. (d) $u_2 = 26$	7. (a) 8%	7. (a) $A > C > B$
8. (c)	8. (b) 19	8. (b) 1,75 heure	8. (a) $[-4; -3] \cup [0; 2]$
9. (b) 10	9. (c) 32%	9. (c) a diminué	9. (a) 2
10. (c) $u_2 = 17$	10. (c) 15%	10. (d) $C > A < B$	10. (c)
11. (d) 13	11. (d) 1,5 heure	11. (c) $[-4; -3] \cup [0; 2]$	11. (d)
12. (a) 20%	12. (a) a diminué	12. (b) $-1$	12. (d) $-1$

## Exercice 1 (5 points)

Une étude statistique a montré que 4% de la population d'un pays est intolérante au gluten. Pour cette maladie, un laboratoire pharmaceutique élabore un nouveau test de dépistage. Les essais sur un groupe témoin de 1000 individus ont donné les résultats suivants :

- 4% des individus du groupe témoin sont atteints par la maladie ;
- 85% des personnes atteintes par la maladie réagissent positivement au test ;
- 950 personnes ne sont pas atteintes par la maladie et réagissent négativement au test.

1. Recopier et compléter le tableau d'effectifs ci-dessous, en justifiant la valeur 34.

	Test positif	Test négatif	Total
Malade	34	6	40
Non malade	10	950	960
Total	44	956	1000

4% des individus sont malades, il faut donc calculer :

$$1000 \times \frac{4}{100} = 10 \times 4 = 40$$

85% des personnes malades ont un test positif, il faut donc calculer :

$$40 \times \frac{85}{100} = 34$$

On choisit au hasard un individu dans le groupe témoin et on admet que chaque individu a la même probabilité d'être choisi. On note les événements suivants :

- $M$  : « l'individu choisi est atteint par la maladie » ;
- $T$  : « l'individu choisi réagit positivement au test ».

2. Définir par une phrase l'évènement  $M \cap T$  puis calculer sa probabilité.

$M \cap T$  : « l'individu choisi est malade **ET** a un test positif »

$$P(M \cap T) = \frac{34}{1000} = 0,034$$

3. (a) Calculer la probabilité  $P_M(\bar{T})$ .

$$P_M(\bar{T}) = \frac{6}{40} = 0,15$$

(b) Traduire ce résultat par une phrase dans le contexte de l'exercice.

La probabilité que l'individu ait un test négatif **SACHANT QU'**il est malade est égale à 0,15.

4. Certains organismes de santé autorisent la commercialisation d'un test de dépistage lorsque la probabilité de ne pas être atteint par la maladie, sachant que la réaction au test est positive, est inférieure à 25%. Le laboratoire pharmaceutique peut-il espérer, selon ce critère, une commercialisation de son test ?

$$P_T(\bar{M}) = \frac{10}{44} \text{ et } \frac{10}{40} = 0,25 \text{ donc } \frac{10}{44} < 0,25.$$

On en déduit que la probabilité qu'un individu ne soit pas malade sachant qu'il a un test positif est supérieure à 25%. Avec ce critère, le laboratoire peut donc commercialiser son test.

**Exercice 2 (3 points)**

A la sortie de son BTS Comptabilité et Gestion en 2025, une entreprise propose à Marc la rémunération suivante : un salaire mensuel initial de 2000€ avec une augmentation chaque année de 10%.

On appelle  $u_n$  le salaire de Marc au bout de  $n$  années à travailler dans l'entreprise. On a donc  $u_0 = 2000$ .

1. Indiquer ce que représente  $u_1$  et calculer sa valeur.

$u_1$  correspond au salaire de Marc après un an dans l'entreprise.

$$2000 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 2200.$$

Au bout d'un an dans l'entreprise, le salaire de Marc sera de 2200€.

2. Déterminer la nature de la suite  $(u_n)$  et préciser sa raison.

Augmenter une valeur de 10% revient à la multiplier par  $1 + \frac{10}{100} = 1,1$ .

Par conséquent,  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison 1,1.

3. La feuille de calcul ci-contre donne les valeurs arrondies à l'unité des premiers termes de la suite  $(u_n)$ .

En quelle année le salaire de Marc aura-t-il doublé ?

A l'aide du tableur, on constate que le salaire de Marc aura doublé lorsqu'il atteindra 4287€, c'est-à-dire après 8 dans l'entreprise. Comme il a rejoint l'entreprise en 2025, son salaire initial aura doublé en 2033.

	A	B
1	$n$	$u_n$
2	0	2 000
3	1	2 200
4	2	2 420
5	3	2 662
6	4	2 928
7	5	3 221
8	6	3 543
9	7	3 897
10	8	4 287
11	9	4 716
12	10	5 187

### Exercice 3 (6 points)

Élisa possède une petite entreprise artisanale où elle fabrique des ceintures en cuir de haute qualité. Comme elle fabrique chaque ceinture entièrement à la main, son travail est très long. À cause de cette contrainte de temps et de la petite taille de son atelier, Élisa ne peut pas fabriquer plus de 34 ceintures par mois.

Le coût total de fabrication mensuel, exprimé en euros, pour  $x$  ceintures, est modélisé par la fonction  $C$  définie sur  $[0; 34]$  par

$$C(x) = 2x^2 + 12x + 240$$

Une représentation graphique de la fonction  $C$  est fournie à la fin de l'exercice.

#### Partie A : Étude graphique

Chaque ceinture est vendue au prix de 80€.

La recette mensuelle  $R(x)$  réalisée par la vente de  $x$  ceintures est donc  $R(x) = 80x$ .

- Tracer sur le graphique en fin d'exercice la courbe représentative de la fonction  $R$ .  
 *$R$  est une fonction affine, il suffit donc de deux points pour pouvoir tracer sa courbe représentative.  
Par exemple,  $R(0) = 80 \times 0 = 0$  et  $R(30) = 80 \times 30 = 2400$ .*
- Avec la précision permise par le graphique, estimer le nombre de ceintures à vendre pour réaliser un bénéfice.  
*L'entreprise réalise du bénéfice lorsque la recette est supérieure aux coûts de productions, c'est-à-dire lorsqu'elle produit entre 4 et 30 ceintures par mois.*

#### Partie B : Étude du bénéfice

- Démontrer que le bénéfice, en euros, pour la vente de  $x$  ceintures est donné par la fonction  $B$  définie par :

$$B(x) = -2x^2 + 68x - 240$$

*Tout d'abord, on a la formule Bénéfice = Recette - Coûts.  
Pour tout nombre réel  $x \in [0; 34]$ ,*

$$\begin{aligned} B(x) &= R(x) - C(x) \\ B(x) &= 80x - (2x^2 + 12x + 240) \\ B(x) &= 80x - 2x^2 - 12x - 240 \\ B(x) &= -2x^2 + 68x - 240 \end{aligned}$$

- Justifier que, pour tout réel  $x \in [0; 34]$ ,  $B(x) = (-2x + 8)(x - 30)$ .  
*On développe cette expression factorisée et on vérifie que l'on retombe bien sur  $B(x)$ .*

$$\begin{aligned} (-2x + 8)(x - 30) &= -2x \times x - 2x \times (-30) + 8 \times x + 8 \times (-30) \\ &= -2x^2 + 60x + 8x - 240 \\ &= -2x^2 + 68x - 240 \\ &= B(x) \end{aligned}$$

3. Dresser le tableau de signes de la fonction  $B$ .

$$-2x + 8 = 0$$

$$-2x = -8$$

$$x = \frac{-8}{-2}$$

$$x = 4$$

$$x - 30 = 0$$

$$x = 30$$

$x$	0	4	30	34	
$-2x + 8$	+	0	-	-	
$1x - 30$	-	-	0	+	
$(-2x + 8)(x - 30)$	-	0	+	0	-

$$m = -2 < 0$$

$$m = 1 > 0$$

4. En déduire la quantité de ceintures à vendre pour réaliser un bénéfice. Justifier votre réponse.

Dans la dernière ligne du tableau, on constate que le bénéfice est positif lorsque  $x \in [4; 30]$ .

Ainsi, l'entreprise doit fabriquer et vendre entre 4 et 30 ceintures pour réaliser un bénéfice.

