

# DEVOIR SURVEILLE N°5 (55MIN)

Dans tout le devoir, un soin particulier doit être apporté aux justifications.

Une petite entreprise produit et commercialise entre 0 et 60 objets par jour. Le coût total de production de ces objets, exprimé en euros, est modélisé à l'aide de la fonction  $C$  définie sur l'intervalle  $[0; 60]$  par :

$$C(x) = 2x^2 - 60x + 602$$

Chaque objet est vendu 40 euros.

## PARTIE A : Étude avec un tableur

Le chef d'entreprise a réalisé le tableur suivant :

|    | A   | B       | C    | D        |
|----|-----|---------|------|----------|
| 1  | x   | Recette | Coût | Bénéfice |
| 2  | 1   | 40      | 544  | -504     |
| 3  | 2   | 80      | 490  | -410     |
| 4  | 3   |         |      |          |
| 5  | 4   |         |      |          |
| 6  | 5   |         |      |          |
| 7  | 6   |         |      |          |
| 8  | 7   |         |      |          |
| 9  | 8   |         |      |          |
| 10 | 9   |         |      |          |
| 11 | 10  |         |      |          |
| 12 | 11  |         |      |          |
| 13 | 12  |         |      |          |
| 14 | ... |         |      |          |

1. Donner une formule qui, saisie dans la cellule **B2**, permet d'obtenir par recopie vers le bas, la recette en fonction du nombre d'objets fabriqués et vendus chaque jour.
2. Donner une formule qui, saisie dans la cellule **C2**, permet d'obtenir par recopie vers le bas, le coût en fonction du nombre d'objets fabriqués et vendus chaque jour.
3. Donner une formule qui, saisie dans la cellule **D2**, permet d'obtenir par recopie vers le bas, le bénéfice en fonction du nombre d'objets fabriqués et vendus chaque jour.
4. Calculer les valeurs associées aux cellules B7, C7 et D7.

## PARTIE B : Étude graphique

1. Donner l'expression de la recette  $R(x)$ , en euros, en fonction de  $x$ .
2. Tracer sur l'énoncé et avec précision la courbe représentative de la fonction recette.

3. Par lecture graphique, déterminer :

- (a) l'intervalle dans lequel doit se situer la production pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif.
- (b) la production pour laquelle le bénéfice est maximal.

## PARTIE C : Étude algébrique

1. Donner la formule qui relie la recette  $R$ , les coûts de production  $C$  et le bénéfice  $B$ .
2. Démontrer que le bénéfice, en euros, pour la vente de  $x$  objets est donné par la fonction  $B$  définie par :

$$B(x) = -2x^2 + 100x - 602$$

3. Justifier que, pour tout réel  $x \in [0; 60]$ ,  $B(x) = -2(x - 7)(x - 43)$ .
4. Dresser le tableau de signes de la fonction  $B$ .
5. En déduire la quantité d'objets que l'entreprise doit produire et vendre pour réaliser un bénéfice.
6. Déterminer le montant du bénéfice maximal que peut réaliser l'entreprise en vendant ses objets.

