NOM - PRÉNOM : ....

Correction Devoir Surveille N°2A (55min)

- L'usage de la calculatrice est autorisé.
- Tous les exercices sont à faire directement sur le sujet.
- Le soin, le détail des calculs et la rédaction seront pris en compte dans la notation.

Exercice 1 - Automatismes (5 points)

Pour chaque question, entourer la seule bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

1. Pour diminuer une valeur de 23%, on la multiplie par :

(a) $0,23$ **(b)** $\boxed{0,77}$ **(c)** $1,23$ **(d)** $1,77$

2. En 2020, il y avait 1200 élèves au lycée Jacques Monod. En 2025, il y en a 1500.
A quel taux d'évolution cela correspond-il ?

(a) $+300\%$ **(b)** $+80\%$ **(c)** $\boxed{+25\%}$ **(d)** $+20\%$

3.

	Garçons	Filles	Total
Filière générale	54	51	105
Filière technologique	36	9	45
Total	90	60	150

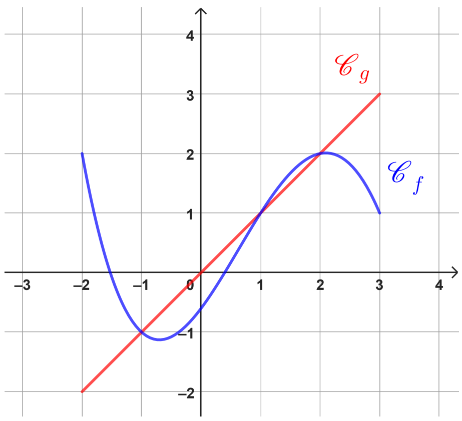
En filière technologique, le pourcentage de garçons est égal à :

(a) 60% **(b)** 24% **(c)** $\boxed{80\%}$ **(d)** 40%

4. Métine consacre 25% de sa journée de dimanche à faire ses devoirs.
80% du temps consacré aux devoirs est consacré à préparer son oral de Management.
Le pourcentage du temps consacré à l'oral de Management par rapport à la journée de dimanche est égal à :

(a) 65% **(b)** $\boxed{20\%}$ **(c)** $31,25\%$ **(d)** $3,2\%$

5.



L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$ est :

(a) $[-2;-1]$ **(b)** $[2;3]$ **(c)** $\boxed{[-2;-1] \cup [1;2]}$ **(d)** $[-1;1] \cup [2;3]$

Exercice 2 - Population de Clamart (10 points)

On s'intéresse à l'évolution de la population de la ville de Clamart et on veut utiliser plusieurs modèles d'évolution.
En 2020, la population de Clamart est estimé à 53000 habitants.
Dans tout cet exercice, on arrondira les résultats à l'unité près.

Partie A : Première hypothèse de croissance
En analysant l'évolution récente, on fait d'abord l'hypothèse que la population de Clamart va augmenter de 1200 habitants par an. On note $u_0 = 53000$ la population en 2020 et u_n la population en $(2020+n)$.

1. Calculer u_1 et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
   $u_1 = u_0 + 1200 = 53000 + 1200 = 54200$
   Il y aura 54200 habitants à Clamart en 2021.

2. Déterminer, pour tout entier naturel n, la relation de récurrence entre u_{n+1} et u_n.
   Chaque année, le nombre d'habitants augmente de 1200 donc $u_{n+1} = u_n + 1200$.

3. En quelle année la population atteindra-t-elle 71000 habitants ? Détailler votre raisonnement.
   On cherche le nombre n d'années nécessaires pour atteindre 71000 habitants.

$$53000 + \underbrace{1200 + 1200 + 1200 + \ldots + 1200}_{n \text{ fois}} = 71000$$

On cherche donc à résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} & 53000 + 1200 \times n = 71000 \\ \iff \quad & 1200 \times n = 71000 - 53000 \\ \iff \quad & 1200 \times n = 18000 \\ \iff \quad & n = \frac{18000}{1200} \\ \iff \quad & n = 15 \end{aligned}$$

$2020 + 15 = 2035$ donc la population atteindra 71000 habitants en 2035.

On pouvait aussi tâtonner en calculant les valeurs successives mais c'était long !

Partie B : Deuxième hypothèse de croissance
Dans cette partie, nous allons plutôt faire l'hypothèse que la population augmente de $1,9\%$ chaque année.
On note $v_0 = 53000$ la population en 2020 et v_n la population en $(2020+n)$.

1. Calculer v_1 et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
   Augmenter une valeur de $1,9\%$, c'est la multiplier par $1 + \frac{1,9}{100} = 1,019$.
   $v_1 = v_0 \times 1,019 = 53000 \times 1,019 = 54007$
   Il y aura 54007 habitants à Clamart en 2021.

2. Déterminer, pour tout entier naturel n, la relation de récurrence entre v_{n+1} et v_n.
   Chaque année, le nombre d'habitants est multiplié par $1,019$ donc $v_{n+1} = v_n \times 1,019$.

3. Selon ce modèle, quel sera le nombre d'habitants à Clamart en 2030 ? Détailler votre calcul.
   $2030 = 2020 + 10$ donc on cherche à calculer v_{10}.

$$\begin{aligned} v_{10} &= 53000 \times \underbrace{1,019 \times 1,019 \times 1,019 \times \ldots \times 1,019}_{10 \text{ fois}} \\ &= 53000 \times 1,019^{10} \\ &\approx 63976 \end{aligned}$$

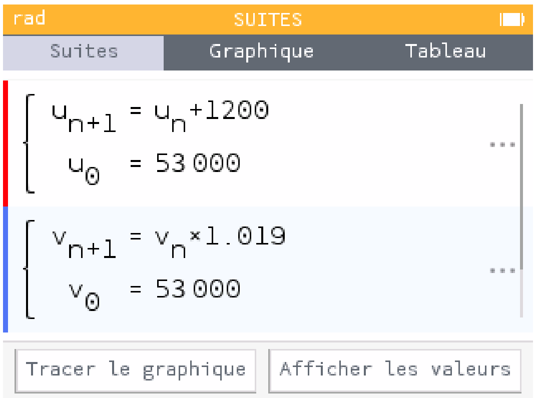
Selon ce modèle, il y aura 63976 habitants à Clamart en 2030.

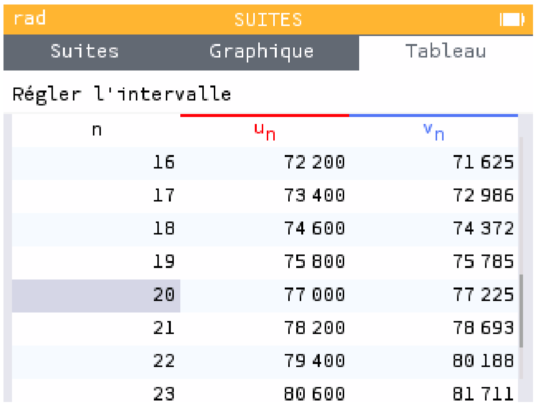
Partie C : Analyse des résultats sur tableur

On veut utiliser un tableur pour comparer l'évolution de la population suivant les deux modèles.

	A	B	C	D
1	Année	u_n	v_n	
2	2020	53000	53000	
3	2021			
4	2022			
5	2023			
6	2024			
7	2025			
8	2026			
9	2027			
10	2028			
11	2029			
12	2030			

1. Quelle formule faut-il rentrer en B3 puis étirer vers le bas pour obtenir les valeurs de la suite (u_n) ?
   =B2+1200
2. Quelle formule faut-il rentrer en C3 puis étirer vers le bas pour obtenir les valeurs de la suite (v_n) ?
   =C2*1,019
3. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année le nombre d'habitants du deuxième modèle (partie B) va devenir strictement supérieur au nombre d'habitants du premier modèle (partie A).
   Donner le nombre d'habitants des deux modèles cette année là.
   A l'aide de la calculatrice, on peut afficher les termes de ces deux suites et rapidement trouver l'année à partir de laquelle le deuxième modèle devient supérieur au premier modèle.





$2020 + 20 = 2040$

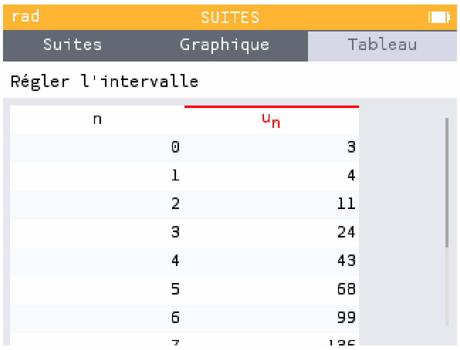
Le nombre d'habitants du deuxième modèle devient supérieur à celui du premier modèle à partir de 2040.

On pouvait aussi tâtonner en calculant les valeurs successives mais c'était long !

Exercice 3 - Calcul de termes (5 points)

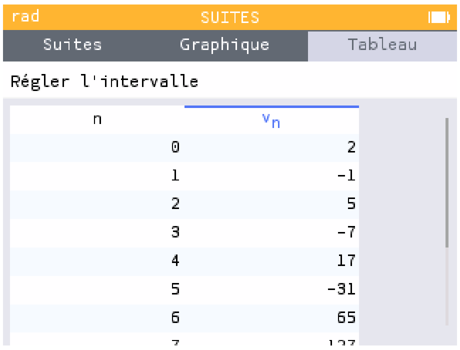
Dans cet exercice, il faut détailler les calculs effectués.

1. On considère la suite (u_n) définie par $u_n = 3n^2 - 2n + 3$.
Calculer u_0, u_1, u_2 et u_3.



$u_0 = 3 \times 0^2 - 2 \times 0 + 3 = 3$
$u_1 = 3 \times 1^2 - 2 \times 1 + 3 = 4$
$u_2 = 3 \times 2^2 - 2 \times 2 + 3 = 11$
$u_3 = 3 \times 3^2 - 2 \times 3 + 3 = 24$

2. On considère la suite (v_n) définie par

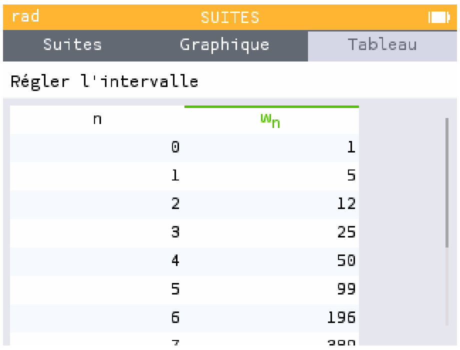


$$\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = -2v_n + 3 \end{cases}$$

Calculer v_1, v_2 et v_3.

$v_1 = -2 \times v_0 + 3 = -2 \times 2 + 3 = -1$
$v_2 = -2 \times v_1 + 3 = -2 \times (-1) + 3 = 5$
$v_3 = -2 \times v_2 + 3 = -2 \times 5 + 3 = -7$

3. On considère la suite (w_n) définie par



$$\begin{cases} w_0 = 1 \\ w_{n+1} = 2w_n - n + 3 \end{cases}$$

Calculer w_1, w_2 et w_3.

$w_1 = w_{0+1} = 2w_0 - 0 + 3 = 2 \times 1 + 0 + 3 = 5$
$w_2 = w_{1+1} = 2w_1 - 1 + 3 = 2 \times 5 - 1 + 3 = 12$
$w_3 = w_{2+1} = 2w_2 - 2 + 3 = 2 \times 12 - 2 + 3 = 25$

NOM - PRÉNOM : ....

Correction Devoir Surveille N°2B (55min)

- L'usage de la calculatrice est autorisé.
- Tous les exercices sont à faire directement sur le sujet.
- Le soin, le détail des calculs et la rédaction seront pris en compte dans la notation.

Exercice 1 - Automatismes (5 points)

Pour chaque question, entourer la seule bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

1. Pour diminuer une valeur de 37%, on la multiplie par :

(a) $1,63$ **(b)** $1,37$ **(c)** $\boxed{0,63}$ **(d)** $0,37$

2. En 2020, il y avait 1250 élèves au lycée Jacques Monod. En 2025, il y en a 1500.
A quel taux d'évolution cela correspond-il ?

(a) $+250\%$ **(b)** $+83\%$ **(c)** $+25\%$ **(d)** $\boxed{+20\%}$

3.

	Garçons	Filles	Total
Filière générale	54	51	105
Filière technologique	36	9	45
Total	90	60	150

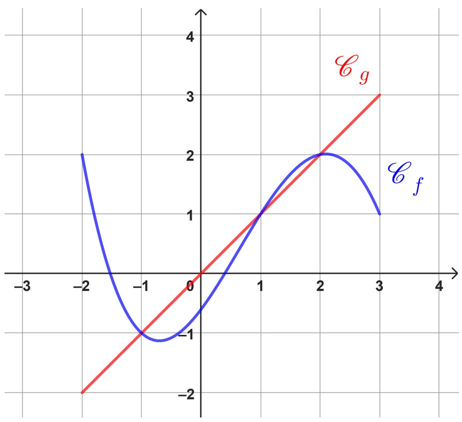
En filière technologique, le pourcentage de filles est égal à :

(a) 40% **(b)** 6% **(c)** $\boxed{20\%}$ **(d)** 15%

4. Métine consacre 20% de sa journée de dimanche à faire ses devoirs.
75% du temps consacré aux devoirs est consacré à préparer son oral de Management.
Le pourcentage du temps consacré à l'oral de Management par rapport à la journée de dimanche est égal à :

(a) $\boxed{15\%}$ **(b)** 55% **(c)** 27% **(d)** $3,75\%$

5.



L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$ est :

(a) $[2;3]$ **(b)** $\boxed{[-1;1] \cup [2;3]}$ **(c)** $[-2;-1] \cup [1;2]$ **(d)** $[-2;-1]$

Exercice 2 - Population de Meudon (10 points)

On s'intéresse à l'évolution de la population de la ville de Meudon et on veut utiliser plusieurs modèles d'évolution.
En 2020, la population de Meudon est estimé à 46000 habitants.
Dans tout cet exercice, on arrondira les résultats à l'unité près.

Partie A : Première hypothèse de croissance
En analysant l'évolution récente, on fait d'abord l'hypothèse que la population de Meudon va augmenter de 1100 habitants par an. On note $u_0 = 46000$ la population en 2020 et u_n la population en $(2020 + n)$.

1. Calculer u_1 et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
$u_1 = u_0 + 1100 = 46000 + 1100 = 47100$
Il y aura 47100 habitants à Meudon en 2021.

2. Déterminer, pour tout entier naturel n, la relation de récurrence entre u_{n+1} et u_n.
Chaque année, le nombre d'habitants augmente de 1100 donc $u_{n+1} = u_n + 1100$.

3. En quelle année la population atteindra-t-elle 68000 habitants ? Détailler votre raisonnement.
On cherche le nombre n d'années nécessaires pour atteindre 68000 habitants.

$$46000 + \underbrace{1100 + 1100 + 1100 + \ldots + 1100}_{n \text{ fois}} = 68000$$

On cherche donc à résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} & 46000 + 1100 \times n = 68000 \\ \iff \quad & 1100 \times n = 68000 - 46000 \\ \iff \quad & 1100 \times n = 22000 \\ \iff \quad & n = \frac{22000}{1100} \\ \iff \quad & n = 20 \end{aligned}$$

$2020 + 20 = 2040$ donc la population atteindra 68000 habitants en 2040.

On pouvait aussi tâtonner en calculant les valeurs successives mais c'était long !

Partie B : Deuxième hypothèse de croissance
Dans cette partie, nous allons plutôt faire l'hypothèse que la population augmente de $1,9\%$ chaque année.
On note $v_0 = 46000$ la population en 2020 et v_n la population en $(2020 + n)$.

1. Calculer v_1 et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
Augmenter une valeur de $1,9\%$, c'est la multiplier par $1 + \dfrac{1,9}{100} = 1,019$.
$v_1 = v_0 \times 1,019 = 46000 \times 1,019 = 46874$
Il y aura 54007 habitants à Meudon en 2021.

2. Déterminer, pour tout entier naturel n, la relation de récurrence entre v_{n+1} et v_n.
Chaque année, le nombre d'habitants est multiplié par $1,019$ donc $v_{n+1} = v_n \times 1,019$.

3. Selon ce modèle, quel sera le nombre d'habitants à Meudon en 2030 ? Détailler votre calcul.
$2030 = 2020 + 10$ donc on cherche à calculer v_{10}.

$$\begin{aligned} v_{10} &= 46000 \times \underbrace{1,019 \times 1,019 \times 1,019 \times \ldots \times 1,019}_{10 \text{ fois}} \\ &= 46000 \times 1,019^{10} \\ &\approx 55526 \end{aligned}$$

Selon ce modèle, il y aura 55526 habitants à Meudon en 2030.

Partie C : Analyse des résultats sur tableur

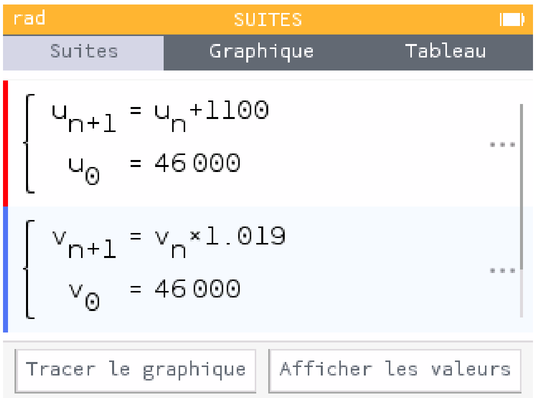
On veut utiliser un tableur pour comparer l'évolution de la population suivant les deux modèles.

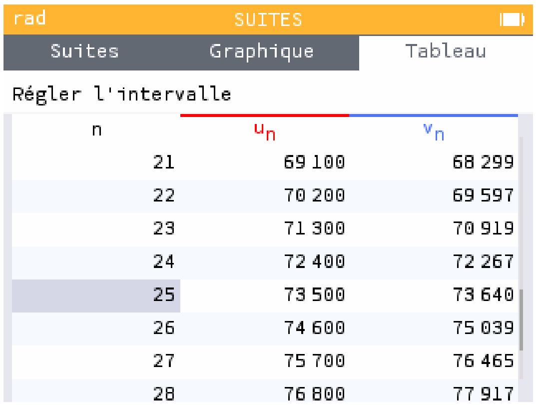
	A	B	C	D
1	Année	u_n	v_n	
2	2020	46000	46000	
3	2021			
4	2022			
5	2023			
6	2024			
7	2025			
8	2026			
9	2027			
10	2028			
11	2029			
12	2030			

1. Quelle formule faut-il rentrer en B3 puis étirer vers le bas pour obtenir les valeurs de la suite (u_n) ?
   =B2+1100

2. Quelle formule faut-il rentrer en C3 puis étirer vers le bas pour obtenir les valeurs de la suite (v_n) ?
   =C2*1,019

3. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année le nombre d'habitants du deuxième modèle (partie B) va devenir strictement supérieur au nombre d'habitants du premier modèle (partie A).
   Donner le nombre d'habitants des deux modèles cette année là.
   A l'aide de la calculatrice, on peut afficher les termes de ces deux suites et rapidement trouver l'année à partir de laquelle le deuxième modèle devient supérieur au premier modèle.





n	u_n	v_n
21	69 100	68 299
22	70 200	69 597
23	71 300	70 919
24	72 400	72 267
25	73 500	73 640
26	74 600	75 039
27	75 700	76 465
28	76 800	77 917

$2020 + 25 = 2045$

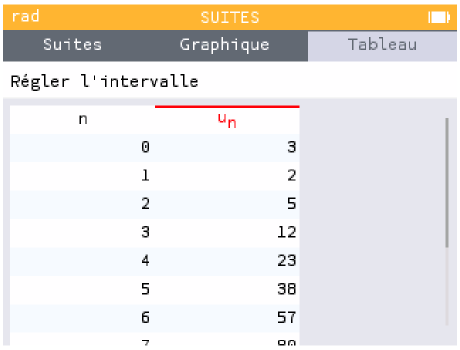
Le nombre d'habitants du deuxième modèle devient supérieur à celui du premier modèle à partir de 2045.

On pouvait aussi tâtonner en calculant les valeurs successives mais c'était long !

Exercice 3 - Calcul de termes (5 points)

Dans cet exercice, il faut détailler les calculs effectués.

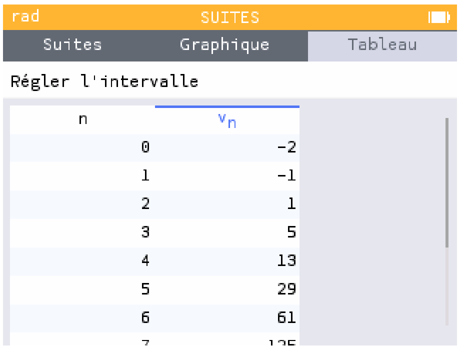
1. On considère la suite (u_n) définie par $u_n = 2n^2 - 3n + 3$.
Calculer u_0, u_1, u_2 et u_3.



$u_0 = 2 \times 0^2 - 3 \times 0 + 3 = 3$
$u_1 = 2 \times 1^2 - 3 \times 1 + 3 = 2$
$u_2 = 2 \times 2^2 - 3 \times 2 + 3 = 5$
$u_3 = 2 \times 3^2 - 3 \times 3 + 3 = 12$

2. On considère la suite (v_n) définie par

$$\begin{cases} v_0 = -2 \\ v_{n+1} = 2v_n + 3 \end{cases}$$

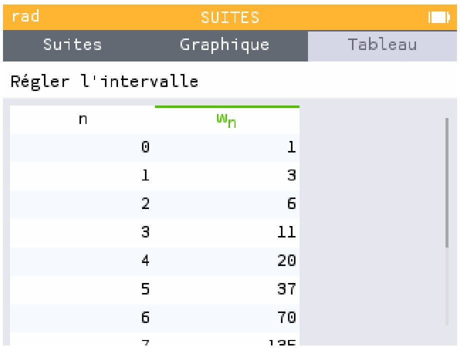


Calculer v_1, v_2 et v_3.

$v_1 = 2 \times v_0 + 3 = 2 \times (-2) + 3 = -1$
$v_2 = 2 \times v_1 + 3 = 2 \times (-1) + 3 = 1$
$v_3 = 2 \times v_2 + 3 = 2 \times 1 + 3 = 5$

3. On considère la suite (w_n) définie par

$$\begin{cases} w_0 = 1 \\ w_{n+1} = 2w_n - n + 1 \end{cases}$$



Calculer w_1, w_2 et w_3.

$w_1 = w_{0+1} = 2w_0 - 0 + 1 = 2 \times 1 + 0 + 1 = 3$
$w_2 = w_{1+1} = 2w_1 - 1 + 3 = 2 \times 3 - 1 + 1 = 6$
$w_3 = w_{2+1} = 2w_2 - 2 + 3 = 2 \times 6 - 2 + 1 = 11$